ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

29

Ον/μο:……………….. **Γ' Λυκείου(ΕΠΑ.Λ)**

Ύλη: Όλη η ύλη **07-05-22**

Θέμα 1ο:

Α. Τι πρέπει να περιέχει ένας πίνακας που παρουσιάζει στατιστικά δεδομένα για να έχει κατασκευαστεί σωστά; **(7μον.)**

Β. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι: $\left(f(x)+g(x)\right)'=f'(x)+g'(x)$. **(8μον.)**

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Η παράγωγος της $f(x)=\eta\mu\alpha$ ισούται με $f'(x)=\sigma\upsilon\nu\alpha$.

ii. Ισχύει ότι : $F_i=F_{i-1}+f_i$.

iii. Ισχύει ότι $\left(f\left(g(1)\right)\right)'=0$.

iv. Κάθε ρητή συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού όλους τους ρητούς αριθμούς.

v. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\alpha$, τότε $f(x_0)=\alpha$. **(5x2=10 μον.)**

Θέμα 2ο:

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

x_i	Συχνότητα ν_i	Σχετική Συχνότητα % f_i %	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα % F_i%
15	60			
25				68
35			180	
45				
Σύνολο	**200**			

Α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα. **(10 μον.)**

Β. Να βρεθεί το ποσοστό του δείγματος που είναι κάτω από 35. **(5 μον.)**

www.efklidis.edu.gr *Τρίκαλα τηλ.-fax(24310-36733)*

Γ. Να βρεθεί το πλήθος του δείγματος που είναι πάνω από 15 και το πολύ 35. **(5 μον.)**

Δ. Να βρείτε το ποσοστό του δείγματος που είναι από 35 και πάνω. **(5 μον.)**

Θέμα 3ο:

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x)=\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2}$.

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f. **(5 μον.)**

Β. Να βρείτε το σημείο $M\big(x,f(x)\big)$ στο οποίο η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$. **(5 μον.)**

Γ. Να δείξετε ότι $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=16$. **(5 μον.)**

Δ. Έστω x_i, $i=1,2,3,4$ οι τιμές μιας μεταβλητής X, ενός δείγματος μεγέθους ν=40. Αν $\kappa=\lim\limits_{x\to 2} f(x)$,να συμπληρωθεί ο πίνακας:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
1	4			
2	κ			
3				
4		0,2		
Σύνολο				

(10 μον.)

<u>Θέμα 4ο</u>:

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=9x-x^2$ και

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{\sqrt{-f'(x)}-3} & ,x\neq 9\\ \kappa\cdot\lim\limits_{t\to 1}\dfrac{t^3-3t^2+2t}{t^2-1} & ,x=9\end{cases}$$

Α. Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{f(x)}{\sqrt{-f'(x)}-3}$. **(7 μον.)**

Β. Αν το όριο του Α είναι -27, να υπολογίσετε την τιμή του $\kappa\in\mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση g να είναι συνεχής στο $x_0=9$. **(5 μον.)**

Γ. Με διαστάσεις x και $f(x)$ κατασκευάζουμε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Να εκφράσετε την περίμετρο Π και το εμβαδό Ε του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x. **(7 μον.)**

Δ. Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου είναι $\Pi(x)=-2x^2+20x,\ x\in(0,9)$, να βρεθεί για ποια τιμή του x γίνεται μέγιστη. **(6 μον.)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^{o}:

Α. Σχ. Βιβλίο

Β. Σχ. Βιβλίο

Γ. i. Λ **ii.** Σ **iii.** Σ **iv.** Λ **v.** Λ

Θέμα 2^{o}:

Α.

x_i	Συχν. v_i	Σχετική συχνότητα fi %	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα F_i%
15	60	30	60	30
25	76	38	136	68
35	44	22	180	90
45	20	10	200	100
Σύνολο	**200**	**100**	[redacted]	

Β. Το ποσοστό του δείγματος που είναι κάτω από 35 είναι 68%.

Γ. Το πλήθος του δείγματος που είναι τουλάχιστον 15 και το πολύ 35 Είναι 120.

Δ. Το ποσοστό του δείγματος που είναι από 35 και πάνω είναι 32%.

Θέμα 3^{o} :

Α. Πρέπει $x+2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -2$ και

$\sqrt{x+2}-2\neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2}\neq 2 \Leftrightarrow x+2\neq 4 \Leftrightarrow x\neq 2$.

Οπότε το πεδίο ορισμού της f είναι: $A=[-2,2)\cup(2,+\infty)$.

Β. $f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$. Η x=2 απορρίπτεται, οπότε η μόνη λύση είναι η x=-2. Συνεπώς, το σημείο τομής με τον $x'x$ είναι το Α(-2,0).

Γ.

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{\left(\sqrt{x+2}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=16$$

Δ. Έχουμε:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
1	4	0,1	4	0,1
2	16	0,4	20	0,5
3	12	0,3	32	0,8
4	8	0,2	40	1
Σύνολο	**40**	1	-	-

<u>Θέμα 4ο</u>:

Α. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x)=9-2x$. Οπότε:

$$\lim_{x\to 9}\frac{f(x)}{\sqrt{-f'(x)}-3}=\lim_{x\to 9}\frac{9x-x^2}{\sqrt{2x-9}-3}=\lim_{x\to 9}\frac{x(9-x)\left(\sqrt{2x-9}+3\right)}{\left(\sqrt{2x-9}-3\right)\left(\sqrt{2x-9}+3\right)}=$$

$$\lim_{x\to 9}\frac{x(9-x)\left(\sqrt{2x-9}+3\right)}{2x-18}=\lim_{x\to 9}\frac{x(9-x)\left(\sqrt{2x-9}+3\right)}{2(x-9)}=$$

$$\lim_{x\to 9}\frac{\left[-x\left(\sqrt{2x-9}+3\right)\right]}{2}=-27$$

Β. Η g είναι συνεχής στο $x_0=9$, άρα:

$$\lim_{x\to 9}g(x)=g(9)\Leftrightarrow -27=\kappa\cdot\lim_{t\to 1}\frac{t\left(t^2-3t+2\right)}{t^2-1}\Leftrightarrow$$

$$-27=\kappa\cdot\lim_{t\to 1}\frac{t(t-1)(t-2)}{(t-1)(t+1)}\Leftrightarrow -27=\kappa\cdot\lim_{t\to 1}\frac{t(t-2)}{(t+1)}\Leftrightarrow$$

$$-27=\kappa\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow \kappa=54$$

Γ. Για το ορθογώνιο έχουμε: x>0 , $f(x)>0$ και $9x-x^2>0$.

x	$-\infty$	0	9	$+\infty$
$9x-x^2$	-	+	-	

Για την περίμετρο έχουμε

$\Pi(x)=2x+2f(x)=2x+2(9x-x^2)=-2x^2+20x, x\in(0,9)$.

Για το εμβαδόν έχουμε:

$E(x)=x\cdot f(x)=x\cdot(9x-x^2)=-x^3+9x^2, x\in(0,9)$.

Δ. Η $\Pi(x)=-2x^2+20x$ είναι παραγωγίσιμη στο $(0,9)$ με

$\Pi'(x)=(-2x^2+20x)'=-4x+20$.

$\Pi'(x)=0 \Leftrightarrow -4x+20=0 \Leftrightarrow x=5$.

x	0	5	9
$\Pi'(x)$	+	-	
$\Pi(x)$	↗	↘	

Άρα η $\Pi(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $(0,5]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[5,9)$ και παρουσιάζει ολικό μέγιστο για x=5 το $\Pi(5)=50$.