ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

84

Ον/μο:....................... **Γ' Γυμνασίου**

Ύλη : Αλγεβρικές παραστάσεις-Γεωμετρία **05 -02-22**

Θέμα 1ο :

Α. Ποια μονώνυμα λέγονται όμοια; Να δώσετε ένα παράδειγμα όμοιων μονωνύμων. **(4 μον.)**

Β. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων. (αναλυτικά) **(9 μον.)**

Γ. Να αποδείξετε ότι $(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta)=\alpha^2-\beta^2$. **(7 μον.)**

Δ. Να χαρακτηρίσετε με **(Σ)** **Σ**ωστό ή **(Λ)** **Λ**άθος τις παρακάτω προτάσεις :

i. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα. **Σ Λ**

ii. Η παράσταση $3x^2y^{\frac{1}{3}}$ είναι μονώνυμο. **Σ Λ**

iii. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες περιμέτρους, τότε είναι ίσα . **Σ Λ**

iv. $(x^2+1)(1-x^2)=1-x^4$. **Σ Λ**

v. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$. **Σ Λ**

(5x1=5 μον.)

Θέμα 2ο :

Α. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(x+4)^2$ **ii.** $(2x-1)^2$ **iii.** $(2xy^2-x^2y)^2$

iv. $(x+1)^3$ **v.** $(2x^2-3y)^3$ **vi.** $(2+x)(x-2)$

vii. $(-xy^2+\omega)(-xy^2-\omega)$ **(7x2=14 μον.)**

Β. Δίνονται οι παραστάσεις $A=\left(\sqrt{4}+\sqrt{5}\right)^2$ και $B=\left(\sqrt{4}-\sqrt{5}\right)^2$.

i. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α , Β. **(6 μον.)**

ii. Να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης $\Gamma=A\cdot B$ είναι ίση με 1 . **(5 μον.)**

Θέμα 3ο :

Α. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $8\alpha^2 - 12\alpha\beta - 10\alpha + 15\beta$

ii. $(\kappa - 3\lambda)^2 - 4$

iii. $\alpha^2 - \beta^2 + 3\alpha - 3\beta$

iv. $x^4 - 6x^2 + 9$

v. $x^2 + 5x + 6$ **(10 μον.)**

Β. Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων:

i. $6x^2y^3w, \quad 8x^3yw^2, \quad 4x^5y$

ii. $3\alpha^3 - 3\alpha, \quad 2\alpha^2 - 4\alpha + 2, \quad \alpha^2 - 3\alpha + 2$ **(5 μον.)**

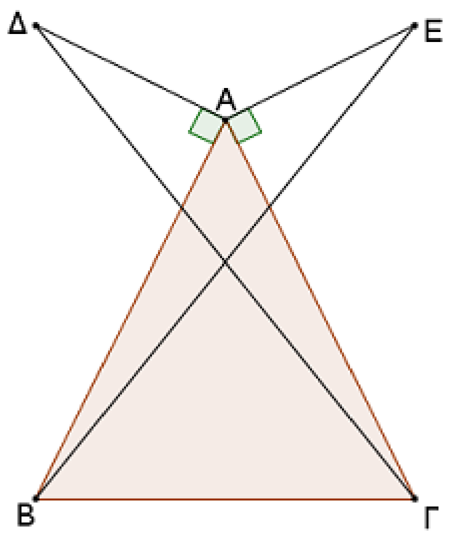
Γ. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $\left(\frac{x}{x+3} : \frac{x-1}{x+3}\right) \cdot \frac{x^2}{x+1}$

ii. $\frac{1}{2x+6} + \frac{x-1}{3x-x^2} - \frac{x}{x^2-9}$ **(10 μον.)**

Θέμα 4ο :

Α. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), φέρουμε $Α\Delta \perp ΑΒ$ και $ΑΕ \perp ΑΓ$. Αν ΑΔ=ΑΕ, να αποδείξετε ότι ΒΕ=ΓΔ.



(13 μον.)

Β. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΒ=ΑΓ), προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά ίσα τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές. **(12 μον.)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>(Ενδεικτικές)

<u>Θέμα 1º</u> :

Α. Όμοια ονομάζονται τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος.
Παράδειγμα όμοιων μονωνύμων είναι τα μονώνυμα $2x^3y$ και $7x^3y$.

Β. <u>1º κριτήριο ισότητας(Π-Γ-Π)</u>
Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση , τότε είναι ίσα.
<u>2º κριτήριο ισότητας(Γ-Π-Γ)</u>
Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
<u>3º κριτήριο ισότητας(Π-Π-Π)</u>
Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

Γ. Είναι : $(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta)=\alpha^2+\alpha\beta-\alpha\beta-\beta^2=\alpha^2-\beta^2$

Δ. **i.** Σ **ii.** Λ **iii.** Λ **iv.** Σ **v.** Σ

<u>Θέμα 2º</u> :

Α. i. $(x+4)^2=x^2+2\cdot x\cdot 4+4^2=x^2+8x+16$

ii. $(2x-1)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 1+1^2=4x^2-4x+1$

iii. $(2xy^2-x^2y)^2=(2xy^2)^2-2\cdot 2xy^2\cdot x^2y+(x^2y)^2=$
$=4x^2y^4-4x^3y^3+x^4y^2$

iv. $(x+1)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2+1^3=x^3+3x^2+3x+1$

v. $(2x^2-3y)^3=(2x^2)^3-3\cdot(2x^2)^2\cdot 3y+3\cdot 2x^2\cdot(3y)^2-(3y)^3=$
$=8x^6-3\cdot 4x^4\cdot 3y+3\cdot 2x^2\cdot 9y^2-27y^3=$
$=8x^6-36x^4y+54x^2y^2-27y^3$

vi. $(2+x)(x-2)=(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

vii. $(-xy^2+\omega)(-xy^2-\omega)=(-xy^2)^2-\omega^2=x^2y^4-\omega^2$

B.i.

$$A=\left(\sqrt{4}+\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{4}\right)^2+2\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=4+2\sqrt{20}+5=9+2\sqrt{20}$$

$$B=\left(\sqrt{4}-\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{4}\right)^2-2\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=4-2\sqrt{20}+5=9-2\sqrt{20}$$

ii. $\Gamma=A\cdot B=\left(9+2\sqrt{20}\right)\left(9-2\sqrt{20}\right)=9^2-\left(2\sqrt{20}\right)^2=$

$$=81-2^2\left(\sqrt{20}\right)^2=81-4\cdot 20=81-80=1$$

<u>Θέμα 3ο</u> :

A. i. $8\alpha^2-12\alpha\beta-10\alpha+15\beta=$

$4\alpha\left(2\alpha-3\beta\right)-5\left(2\alpha-3\beta\right)=$

$\left(2\alpha-3\beta\right)\left(4\alpha-5\right)$

ii. $\left(\kappa-3\lambda\right)^2-4=\left(\kappa-3\lambda-2\right)\left(\kappa-3\lambda+2\right)$

iii. $\alpha^2-\beta^2+3\alpha-3\beta=$

$\left(\alpha-\beta\right)\left(\alpha+\beta\right)+3\left(\alpha-\beta\right)=$

$\left(\alpha-\beta\right)\left(\alpha+\beta+3\right)$

iv. $x^4-6x^2+9=\left(x^2-3\right)^2$

v. $x^2+5x+6=\left(x+2\right)\left(x+3\right)$

B. i. $6x^2y^3w,\quad 8x^3yw^2,\quad 4x^5y$

Ε.Κ.Π. $=24x^5y^3w^2$

Μ.Κ.Δ. $=2x^2y$

ii. $3\alpha^3-3\alpha=$ $\qquad$ $2\alpha^2-4\alpha+2=$ $\qquad$ $\alpha^2-3\alpha+2=$

$3\alpha\left(\alpha^2-1\right)=$ $\qquad$ $2\left(\alpha^2-2\alpha+1\right)=$ $\qquad$ $\left(\alpha-1\right)\left(\alpha-2\right)$

$3\alpha\left(\alpha-1\right)\left(\alpha+1\right)$ $\qquad$ $2\left(\alpha-1\right)^2$

Γ.i. $\left(\dfrac{x}{x+3}:\dfrac{x-1}{x+3}\right)\cdot\dfrac{x^2}{x+1}=\left(\dfrac{x}{x+3}\cdot\dfrac{x+3}{x-1}\right)\cdot\dfrac{x^2}{x+1}=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

ii.

$$\frac{1}{2x+6}+\frac{x-1}{3x-x^2}-\frac{x}{x^2-9}=\frac{1}{2(x+3)}+\frac{x-1}{x(3-x)}-\frac{x}{(x-3)(x+3)}=$$

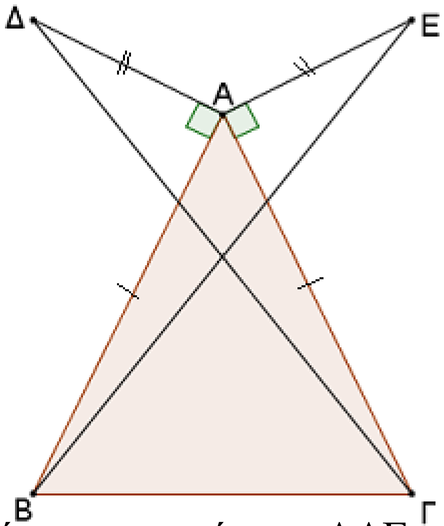
$$\frac{1}{2(x+3)}-\frac{x-1}{x(x-3)}-\frac{x}{(x-3)(x+3)}=\frac{x(x-3)-2(x-1)(x+3)-2x^2}{2x(x+3)(x-3)}=$$

$$\frac{x^2-3x-2(x^2+3x-x-3)-2x^2}{2x(x+3)(x-3)}=\frac{x^2-3x-2x^2-6x+2x+6-2x^2}{2x(x+3)(x-3)}=$$

$$\frac{-3x^2-7x+6}{2x(x+3)(x-3)}$$

<u>Θέμα 4º</u> :

Α.

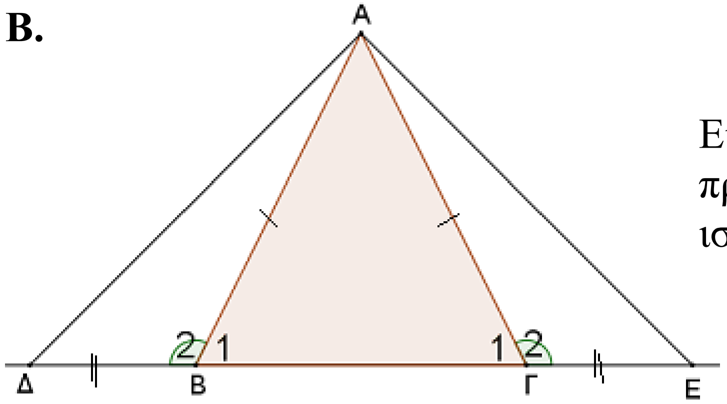


Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΒΕ:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\text{ΑΒ} = \text{ΑΓ}(\text{Υ}) \\ 2.\text{ΔΑΓ} = \text{ΕΑΒ}(\text{ως αθροίσματα ίσων γωνιών}) \\ 3.\ \text{ΑΔ}=\text{ΑΕ}(\text{Υ}) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Από Π-Γ-Π τα}$$

τρίγωνα είναι ίσα .Επομένως όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους θα είναι ίσα, άρα ΒΕ=ΓΔ.

Β.



Είναι: $B_1 = \Gamma_1$ ως προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου .

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\mathrm{AB} = \mathrm{A\Gamma}(\mathrm{Y}) \\ 2.\mathrm{B}_2 = \Gamma_2(\text{ως παραπληρώματα ίσων γωνιών}) \\ 3.\ \mathrm{B\Delta} = \Gamma\mathrm{E}(\mathrm{Y}) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Από Π-Γ-Π τα}$$

τρίγωνα είναι ίσα .Επομένως όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους θα είναι ίσα, άρα ΑΔ=ΑΕ δηλαδή το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.