

”

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

83

Ον/μο:.....

Γ' Γυμνασίου

Ύλη: Αλγεβρικές παραστάσεις

27-11-21

**Θέμα 1<sup>ο</sup> :**

A. i. Τι ονομάζουμε μονώνυμο και από ποια μέρη αποτελείται;

ii. Τι ονομάζουμε πολυώνυμο;

iii. Να δώσετε ένα παράδειγμα μονωνύμου κι ένα παράδειγμα πολυωνύμου. (3x3=9μον.)

B. i. Τι ονομάζουμε ταυτότητα;

ii. Να αποδείξετε ότι:  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$ .

(2x5=10μον.)

Γ. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

i.  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$  .

Σ Λ

ii. Το μηδενικό πολυώνυμο, έχει βαθμό 0.

Σ Λ

iii.  $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = (\alpha - \beta)^2$  .

Σ Λ

iv. Η ισότητα  $3x^2 + 9 = 3(x^2 + 2) + 3$  είναι ταυτότητα.

Σ Λ

v.  $(2x + 3)^3 = 2x^3 + 3 \cdot 2x^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3$  .

Σ Λ

vi. Το πολυώνυμο  $2x^3y^4 - 3xy^2 + 9x^5y^3$  είναι 9<sup>ου</sup> βαθμού ως προς x και y.

Σ Λ

(6x1=6μον.)

**Θέμα 2<sup>ο</sup> :**

A. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

i.  $(x + 5)^2$

ii.  $(2y - 4)^2$

iii.  $(x + 3)(3 - x)$

iv.  $(2x - 7)(2x + 7)$

v.  $(\omega + 1)^3$

vi.  $(2y - 3)^3$

(6x3=18μον.)

**B.** Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

i.  $B = \sqrt{121} - \sqrt{225} + \sqrt{196}$

ii.  $\Gamma = \sqrt{19} - \sqrt{7} + \sqrt{4}$

(2x3.5=7μον.)

**Θέμα 3<sup>ο</sup> :**

**A.** Να κάνετε τις πράξεις:

i.  $-5x^3(3x^2 - x + 1)$

ii.  $4x^2y - 2xy(x - 3y) + (2x - y) \cdot (-2x)^2$

iii.  $(2x - 1)(3x - 5)$

iv.  $x(2x + 1)(x - 1)(x - 2)$

(4x4=16μον.)

**B.** Αν  $P(x) = x - (2x - 1)(x - 2)(-3x)$  και  $Q(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ ,

να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  ώστε τα πολυώνυμα  $P(x)$  και  $Q(x)$  να είναι ίσα.

(5 μον.)

**Γ.** Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο:

$$P(x) = (x - 1)^2 - (3x - 2)^2 - 2x(5 - 4x) \text{ είναι σταθερό.}$$

(4 μον.)

**Θέμα 4<sup>ο</sup> :**

**A. i.** Να κάνετε τις πράξεις  $(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8)$ .

(5 μον.)

**ii.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2026^2 - 2028 \cdot 2022$$

(3 μον.)

**B.** Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

i.  $\frac{5}{\sqrt{10}}$     ii.  $\frac{2}{\sqrt{7} - 4}$     iii.  $\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

(3x3=9μον.)

**Γ.** Να αποδείξετε ότι:

i.  $(x - 2y)^2 - (2x - y)^2 + 3x^2 = 3y^2$

ii.  $(x - 1)(x + 1)^3 - 2x(x - 1)(x + 1) = x^4 - 1$

(2x4=8μον.)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)**

**Θέμα 1<sup>ο</sup> :**

**A. i.** Μονώνυμο είναι κάθε ακέραια αλγεβρική παράσταση που μεταξύ των μεταβλητών της περιέχει, μόνο την πράξη του πολλαπλασιασμού. Αποτελείται από το συντελεστή και το κύριο μέρος.

**ii.** Πολυώνυμο ονομάζουμε κάθε αλγεβρική παράσταση που είναι άθροισμα δύο ή περισσότερων μονωνύμων.

**iii.** Μονώνυμο:  $2x^3y^2$

Πολυώνυμο:  $-3x^3y + 5x^2\omega^4 + 7y^2$

**B. i.** Ταυτότητα ονομάζουμε κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

**ii.**

$$(\alpha + \beta)^3 = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^2 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) =$$

$$\alpha^3 + 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta\alpha^2 + 2\alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

**Γ. i. Σ    ii. Λ    iii. Λ    iv. Σ    v. Λ    vi. Λ**

**Θέμα 2<sup>ο</sup> :**

**A. i.**  $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

**ii.**  $(2y - 4)^2 = 4y^2 - 16y + 16$

**iii.**  $(x + 3)(3 - x) = (3 + x)(3 - x) = 9 - x^2$

**iv.**  $(2x - 7)(2x + 7) = 4x^2 - 49$

**v.**  $(\omega + 1)^3 = \omega^3 + 3\omega^2 \cdot 1 + 3\omega \cdot 1^2 + 1^3 = \omega^3 + 3\omega^2 + 3\omega + 1$

**vi.**  $(2y - 3)^3 = (2y)^3 - 3 \cdot (2y)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2y \cdot 3^2 - 3^3 = 8y^3 - 36y^2 + 54y - 27$

**B. i.**  $B = \sqrt{121} - \sqrt{225} + \sqrt{196} = 11 - 15 + 14 = 10$

**ii.**  $\Gamma = \sqrt{19 - \sqrt{7 + \sqrt{4}}} = \sqrt{19 - \sqrt{7 + 2}} = \sqrt{19 - \sqrt{9}} = \sqrt{19 - 3} = \sqrt{16} = 4$

**Θέμα 3<sup>ο</sup> :**

**A. i.**  $-5x^3(3x^2 - x + 1) = -15x^5 + 5x^4 - 5x^3$

**ii.**

$$4x^2y - 2xy(x - 3y) + (2x - y) \cdot (-2x)^2 =$$

$$4x^2y - 2x^2y + 6xy^2 + (2x - y) \cdot 4x^2 =$$

$$4x^2y - 2x^2y + 6xy^2 + 8x^3 - 4x^2y =$$

$$8x^3 - 2x^2y + 6xy^2$$

**iii.**  $(2x - 1)(3x - 5) = 6x^2 - 10x - 3x + 5 = 6x^2 - 13x + 5$

**iv.**

$$x(2x + 1)(x - 1)(x - 2) = (2x^2 + x)(x^2 - 2x - x + 2) =$$

$$(2x^2 + x)(x^2 - 3x + 2) = 2x^4 - 6x^3 + 4x^2 + x^3 - 3x^2 + 2x =$$

$$2x^4 - 5x^3 + x^2 + 2x$$

**B. Είναι:**

$$P(x) = x - (2x - 1)(x - 2)(-3x) = x - (2x^2 - 4x - x + 2)(-3x) =$$

$$x - (2x^2 - 5x + 2)(-3x) = x + 6x^3 - 15x^2 + 6x = 6x^3 - 15x^2 + 7x$$

Για να είναι το  $P(x)$  ίσο με το  $Q(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$  πρέπει:

$$\alpha = 6, \beta = -15, \gamma = 7 \text{ και } \delta = 0 .$$

**Γ.**

$$P(x) = (x - 1)^2 - (3x - 2)^2 - 2x(5 - 4x)$$

$$P(x) = x^2 - 2x + 1 - (9x^2 - 12x + 4) - 10x + 8x^2$$

$$P(x) = x^2 - 2x + 1 - 9x^2 + 12x - 4 - 10x + 8x^2$$

$$P(x) = -3$$

**Θέμα 4<sup>ο</sup> :**

**A. i.** Είναι:

$$(x-4)^2 - (x-2)(x-8) = x^2 - 8x + 16 - (x^2 - 8x - 2x + 16) =$$

$$x^2 - 8x + 16 - x^2 + 8x + 2x - 16 = 2x$$

**ii.** Για  $x=2030$  από το i ερώτημα είναι:

$$(2030-4)^2 - (2030-2)(2030-8) = 2 \cdot 2030$$

$$2026^2 - 2028 \cdot 2022 = 4060$$

Οπότε  $A = 4060$ .

**B. i.** 
$$\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

**ii.** 
$$\frac{2}{\sqrt{7}-4} = \frac{2(\sqrt{7}+4)}{(\sqrt{7}-4)(\sqrt{7}+4)} = \frac{2(\sqrt{7}+4)}{7-16} = -\frac{2(\sqrt{7}+4)}{9}$$

**iii.**

$$\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{6(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \frac{6(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = 3(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$

**Γ. i.**

$$(x-2y)^2 - (2x-y)^2 + 3x^2 =$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) + 3x^2 =$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2 + 3x^2 = 3y^2$$

**ii.**

$$(x-1)(x+1)^3 - 2x(x-1)(x+1) =$$

$$(x-1)(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - 2x(x^2 - 1) =$$

$$x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 - 2x^3 + 2x =$$

$$x^4 - 1$$