ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

107
Ον/μο:……………….. **Α' Λυκείου**
Ύλη: Απόλυτη τιμή, Ρίζες **16-12-21**

<u>Θέμα1ο</u>:

Α. Πως ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός αριθμού α; **(8μον.)**

Β. Τι ονομάζουμε νιοστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α; **(7μον.)**

Γ. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

i. $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=2-\sqrt{5}$. **Σ Λ**

ii. Αν $x>2$ τότε $|2-x|=x-2$. **Σ Λ**

iii. Αν $|x|+|y|=0$ τότε $x=0$ ή $y=0$. **Σ Λ**

iv. $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}=\alpha+\beta$. **Σ Λ**

v. Αν $\beta\geq 0$, τότε $\sqrt{\alpha^2\beta}=|\alpha|\sqrt{\beta}$. **Σ Λ**

(5x2=10μον.)

<u>Θέμα2ο</u>:

Α. Δίνεται ο αριθμός $\alpha=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}$.
Να δείξετε ότι α=2. **(8μον.)**

Β. Να δείξετε ότι: $\sqrt[4]{\alpha^5}\cdot\sqrt[12]{\alpha^9}=\alpha^2$. **(7μον.)**

Γ. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

i. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}$ **ii.** $\dfrac{4}{\sqrt{\alpha}-1}$ **(2x5=10μον.)**

Θέμα3ο:

Α. Αν $|x| \le 2$ και $|y| \le 3$ να αποδείξετε ότι: $|x+2y| \le 8$. **(10μον.)**

Β. Αν $3 < x < 4$, τότε να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση $A = |x-3| + |4-x|$. **(15μον.)**

Θέμα4ο:

Α. Να αποδείξετε ότι: $\left(\sqrt{28}+\sqrt{7}+\sqrt{32}\right)\left(\sqrt{63}-\sqrt{32}\right) = 31$. **(10μον.)**

Β. Αν $A = \left(\sqrt{x-4}+\sqrt{x+1}\right)\left(\sqrt{x-4}-\sqrt{x+1}\right)$ τότε:

i. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση Α. **(7μον.)**

ii. Να δείξετε ότι η παράσταση Α είναι ανεξάρτητη του x. **(8μον.)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Απαντήσεις (Ενδεικτικές)

Θέμα1ο:

Α. Είναι: $|\alpha| = \begin{cases} \alpha & ,\alpha \geq 0 \\ -\alpha, & \alpha < 0 \end{cases}$

Β. Νιοστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α, ονομάζουμε τον μη Αρνητικό αριθμό που όταν υψωθεί στη ν , μας δίνει τον αριθμό α.

Γ. i. Λ **ii.** Σ **iii.** Λ **iv.** Λ **v.** Σ

Θέμα2ο:

Α. Είναι:

$$\alpha = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)}\right) =$$

$$\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}\right) = \sqrt{2}\cdot\sqrt{4-2} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$$

Β. Είναι: $\sqrt[4]{\alpha^5}\cdot\sqrt[12]{\alpha^9} = \alpha^{\frac{5}{4}}\cdot\alpha^{\frac{9}{12}} = \alpha^{\frac{5}{4}+\frac{3}{4}} = \alpha^{\frac{8}{4}} = \alpha^2$.

Γ. i. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{2\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{2\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \dfrac{2\cdot\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{2^2}$

ii. $\dfrac{4}{\sqrt{\alpha}-1} = \dfrac{4\left(\sqrt{\alpha}+1\right)}{\left(\sqrt{\alpha}-1\right)\left(\sqrt{\alpha}+1\right)} = \dfrac{4\left(\sqrt{\alpha}+1\right)}{\left(\sqrt{\alpha}\right)^2-1} = \dfrac{4\left(\sqrt{\alpha}+1\right)}{\alpha-1}$

Θέμα3ο:

Α. Είναι:

$$\left.\begin{array}{l} |x| \leq 2 \\ |y| \leq 3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} -2 \leq x \leq 2 \\ -3 \leq y \leq 3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} -2 \leq x \leq 2 \\ -6 \leq 2y \leq 6 \end{array}\right\} \Leftrightarrow -8 \leq 2x+y \leq 8 \ ,$$

οπότε $|x+2y| \leq 8$.

Β. Είναι: $3 < x < 4$, οπότε:

$$A = |x-3| + |4-x| = x-3+4-x = 1.$$

<u>Θέμα4ο</u>:

Α. Είναι:

$$\left(\sqrt{28}+\sqrt{7}+\sqrt{32}\right)\left(\sqrt{63}-\sqrt{32}\right)=$$

$$\left(\sqrt{4\cdot 7}+\sqrt{7}+\sqrt{16\cdot 2}\right)\left(\sqrt{9\cdot 7}-\sqrt{16\cdot 2}\right)=$$

$$\left(2\sqrt{7}+\sqrt{7}+4\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{7}-4\sqrt{2}\right)=\left(3\sqrt{7}+4\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{7}-4\sqrt{2}\right)=$$

$$\left(3\sqrt{7}\right)^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2=9\cdot 7-16\cdot 2=63-32=31$$

Β. i. Για να ορίζεται η παράσταση Α πρέπει:

$x-4\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 4$ και $x+1\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -1$ οπότε $x\ge 4$.

ii. Έχουμε:

$$A=\left(\sqrt{x-4}+\sqrt{x+1}\right)\left(\sqrt{x-4}-\sqrt{x+1}\right)$$

$$A=\left(\sqrt{x-4}\right)^2-\left(\sqrt{x+1}\right)^2=x-4-\left(x+1\right)$$

$$A=x-4-x-1=-4-1=-5$$