# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**27**

**Ον/μο:………………..** **Γ' Λυκείου(ΕΠΑ.Λ)**

**Ύλη: Όλη η ύλη** **20-03-21**

**Θέμα 1ο:**

**Α. i.** Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση ή καμπύλη μιας συνάρτησης f;

**ii.** Σε ποιες κατηγορίες διακρίνονται οι μεταβλητές; **(2x3=6 μον.)**

**Β.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**i.** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μιας ποιοτικής μεταβλητής.

**ii.** Το μέγεθος ν ενός δείγματος, καθορίζει, το αν αυτό θα είναι αντιπροσωπευτικό. **(2x1=2 μον.)**

**iii.** Μία συνάρτηση που είναι συνεχής, είναι και παραγωγίσιμη. (Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας) **(2 μον.)**

**Γ.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

**i.** $\left(g\left(f\left(x\right)\right)\right)' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

**ii.** Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right) = k$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f^{\nu}\left(x\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

**iii.** Το νούμερο του παπουτσιού είναι μία ποσοτική και …………………… μεταβλητή.

**(3x3=9 μον.)**

**Δ.** Να αποδείξετε ότι για δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις f και g , η παράγωγος της συνάρτησης $f\left(x\right)+g\left(x\right)$ είναι $f'\left(x\right)+g'\left(x\right)$, για κάθε x στο σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.

**(6 μον.)**

**<u>Θέμα 2º</u>:**

**A.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3+\alpha x^2-\beta x+5,\ x\in\mathbb{R}$ , της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1,10)$ και επιπλέον ισχύει ότι $f'(2)=-9$ .

**i.** Να αποδείξετε ότι α=-3 και β=9. **(4 μον.)**

**ii.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. **(4μον.)**

**iii.** Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-5}{h}$ και να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της $C_f$ στο σημείο όπου αυτή τέμνει τον άξονα $y'y$ . **(4 μον.)**

**iv.** Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to\sqrt{5}}\dfrac{f'(x)+f''(x)}{\sqrt{5}-x}$. **(4 μον.)**

**B. i.** Αν ισχύει ότι $\alpha=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{4-x}{\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}}$ , να αντιγράψετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένο τον πίνακα:

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i\%$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | α | 0,16 | | |
| $x_2$ | | | 12 | |
| $x_3$ | | | | 88 |
| $x_4$ | | | | |
| **Σύνολο** | | | - | - |

**(5 μον.)**

**ii.** Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων. **(4 μον.)**

**Θέμα 3ο:**

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των λογαριασμών που διατηρούν σε κοινωνικά δίκτυα ν σε πλήθος μαθητές ενός τμήματος ΕΠΑ.Λ. της νησιωτικής Ελλάδας.

| Αριθμός λογαριασμών σε κοινωνικά δίκτυα $x_i$ | Αριθμός μαθητών $\nu_i$ | Αθροιστική συχνότητα $N_i$ | Σχετική συχνότητα $f_i\%$ |
|---|---|---|---|
| 0 | α | | |
| 1 | | β | |
| 2 | | | γ |
| 3 | | δ | |
| 4 | | | ε |
| 5 | | | |

**Α.** Αν γνωρίζετε ότι η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1}, x\neq 1\\ \nu^2-40\nu+401, x=1\end{cases}$

είναι συνεχής για κάθε $x\in\mathbb{R}$ , να δείξετε ότι το πλήθος των μαθητών της έρευνας μας είναι ν=20. **(4 μον.)**

**Β. i.** Να δείξετε ότι α=2, αν γνωρίζετε ότι $\alpha=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{3x-9}$ .

**ii.** Να δείξετε ότι β=12, αν γνωρίζετε ότι $\beta=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}$ .

**iii.** Να δείξετε ότι γ=10, αν γνωρίζετε ότι $\gamma=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-10\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu^2 x-1}$

**(3x2=6 μον.)**

**Γ. i.** Να δείξετε ότι δ=15, αν γνωρίζετε ότι: $\delta = \lim\limits_{x\to 0} 15\dfrac{\varepsilon\varphi x}{\eta\mu x}$ .

**ii.** Να δείξετε ότι ε=5, αν γνωρίζετε ότι: $\varepsilon = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-3x-2}{x-2}$.

**(2x3=6μον.)**

**Δ.** Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα. **(5 μον.)**

**Ε.** Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα. **(4 μον.)**

**<u>Θέμα 4ο</u>:**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο: $f(x)=\sqrt{x^2+x}$ .

**Α.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f. **(2 μον.)**

**Β.** Να βρείτε τις συναρτήσεις $f'$ και $f''$ στο $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$. **(4 μον.)**

**Γ.** Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f, στο σημείο με τετμημένη $x_0=1$ . **(4 μον.)**

**Δ.** Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της , $f'$, στο σημείο $M(1,f'(1))$. **(4 μον.)**

**Ε.** Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο με τετμημένη 4. **(3 μον.)**

**ΣΤ.** Να βρείτε τα σημεία τομής της εφαπτομένης του ερωτήματος Γ, με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ . Στη συνέχεια να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει με τους άξονες. **(4 μον.)**

**Ζ.** Να εξετάσετε αν υπάρχει σημείο της γραφικής παράστασης της f, στο οποίο η εφαπτομένη να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$. **(4 μον.)**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

**Θέμα 1ο:**

**Α. i.** Σχ. Βιβλίο

**ii.** Σχ. Βιβλίο

**Β. i.** Σ **ii.** Λ

**iii.** Λ. Η $f(x)=|x|$ , είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$ , ενώ δεν είναι παραγωγίσιμη σ' αυτό.

**Γ.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

**i.** $\left(g\left(f(x)\right)\right)'=g'\left(f(x)\right)\cdot f'(x)$.

**ii.** Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=k$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f^{\nu}(x)=k^{\nu}$.

**iii.** Το νούμερο του παπουτσιού είναι μία ποσοτική και διακριτή μεταβλητή.

**Δ.** Σχ. Βιβλίο

**Θέμα 2ο:**

**Α.i.** Η συνάρτηση $f(x)=x^3+\alpha x^2-\beta x+5,\ x\in\mathbb{R}$ , είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με $f'(x)=3x^2+2\alpha x-\beta, x\in\mathbb{R}$ . Εφόσον, η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1,10)$ το σημείο Α θα την επαληθεύει, δηλαδή :
$f(-1)=10\Leftrightarrow -1+\alpha+\beta+5=10\Leftrightarrow \alpha+\beta=6$ **(1)** και επιπλέον ισχύει ότι $f'(2)=-9\Leftrightarrow 12+4\alpha-\beta=-9\Leftrightarrow 4\alpha-\beta=-21$ **(2)** .

Λύνουμε το σύστημα των **(1)** και **(2)** :

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=6\\ 4\alpha-\beta=-21\end{array}\right\}\overset{(+)}{\Leftrightarrow}\left.\begin{array}{l}5\alpha=-15\\ \alpha+\beta=6\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left.\begin{array}{l}\alpha=-3\\ \beta=9\end{array}\right\}.$$

**ii.** Για α=-3 και β=9 είναι $f(x)=x^3-3x^2-9x+5$ και

$f'(x)=3x^2-6x-9$ . Λύνουμε την εξίσωση:

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=3$ ή $x=-1$.

Ο πίνακας προσήμων της $f'$ είναι:

| x | $-\infty$ | | -1 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | + | 0 | - | 0 | + | |
| f | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty,-1]$ και $[3,+\infty)$ , ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1,3]$ .Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x=-1το $f(-1)=-1-3+9+5=10$ , ενώ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για x=3 το $f(3)=27-27-27+5=-22$ .

**iii.** Παρατηρούμε ότι $f(0)=5$ , οπότε είναι:

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-5}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=f'(0)$ . Όμως, $f'(0)=-9$ , οπότε το ζητούμενο όριο ισούται με -9. Για να τέμνει η $C_f$ τον άξονα $y'y$ πρέπει x=0, δηλαδή $f(0)=5$. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης θα είναι α=$f'(0)=-9$ και η εφαπτομένη θα είναι $y=\alpha x+\beta \Rightarrow y=-9x+\beta$ . Όμως το σημείο $(0,5)$ , είναι σημείο

της ευθείας, επομένως $\beta=5$ , δηλαδή η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $y=-9x+5$ .

**iv.** Η $f'$ είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με $f''(x)=6x-6$ . Τότε:

$$\lim_{x\to\sqrt{5}}\frac{f'(x)+f''(x)}{\sqrt{5}-x}=\lim_{x\to\sqrt{5}}\frac{3x^2-6x-9+6x-6}{\sqrt{5}-x}=\lim_{x\to\sqrt{5}}\frac{3x^2-15}{\sqrt{5}-x}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}$$

$$\lim_{x\to\sqrt{5}}\frac{3(x^2-5)(\sqrt{5}+x)}{(\sqrt{5}-x)(\sqrt{5}+x)}=\lim_{x\to\sqrt{5}}\frac{3(x^2-5)(\sqrt{5}+x)}{5-x^2}=\lim_{x\to\sqrt{5}}\left[-3(\sqrt{5}+x)\right]=$$

$$-3\cdot 2\sqrt{5}=-6\sqrt{5}$$

**Β. i.** Είναι:

$$\alpha=\lim_{x\to4}\frac{4-x}{\sqrt{x}-\frac{x}{2}}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim_{x\to4}\frac{(4-x)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{\left(\sqrt{x}-\frac{x}{2}\right)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{(4-x)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{x-\frac{x^2}{4}}=$$

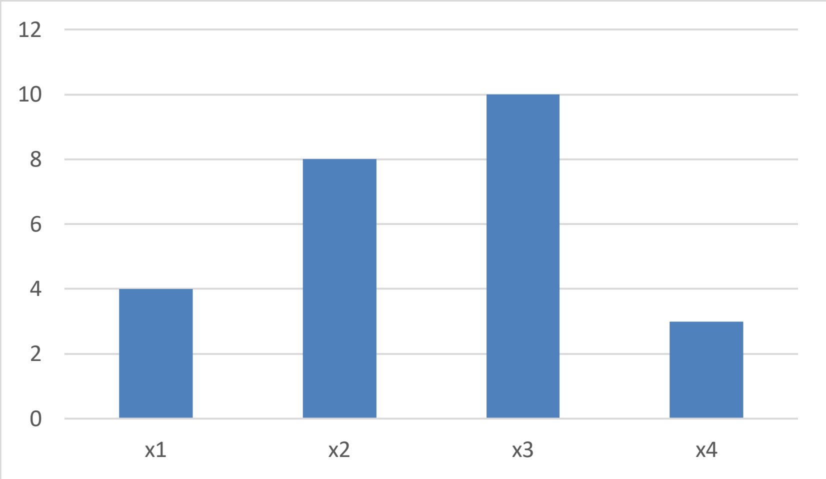
$$\lim_{x\to4}\frac{(4-x)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{\frac{4x}{4}-\frac{x^2}{4}}=\lim_{x\to4}\frac{(4-x)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{\frac{4x-x^2}{4}}=\lim_{x\to4}\frac{4(4-x)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{4x-x^2}=$$

$$\lim_{x\to4}\frac{4(4-x)\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{x(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{4\left(\sqrt{x}+\frac{x}{2}\right)}{x}=\frac{4\cdot4}{4}=4$$

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i\%$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 4 | 0,16 | 4 | 16 |
| $x_2$ | 8 | 0,32 | 12 | 48 |
| $x_3$ | 10 | 0,40 | 22 | 88 |
| $x_4$ | 3 | 0,12 | 25 | 100 |
| **Σύνολο** | **25** | **1** | **-** | **-** |

$f_1=\frac{\nu_1}{\nu}\Leftrightarrow 0,16=\frac{4}{\nu}\Leftrightarrow 0,16\nu=4\Leftrightarrow \nu=25$ . Είναι: $N_1=\nu_1=4$ ,
$F_1\%=f_1\cdot100=0,16\cdot100=16\%$ , $N_2=N_1+\nu_2\Leftrightarrow \nu_2=12-4=8$ ,
$f_2=\frac{\nu_2}{\nu}=\frac{8}{25}=0,32$, $F_2\%=F_1\%+f_2\%=48\%$ ,
$f_2=F_3-F_2=0,88-0,48=0,40$ , $f_3=\frac{\nu_3}{\nu}\Leftrightarrow 0,40=\frac{\nu_3}{25}\Leftrightarrow \nu_3=10$ ,
$N_3=N_2+\nu_3=12+10=22$ , $\nu_4=25-(4+8+10)=25-22=3$ ,
$f_4=\frac{\nu_4}{\nu}=\frac{3}{25}=0,12$ .

**ii.** Το ραβδόγραμμα συχνοτήτων είναι:




**<u>Θέμα 3ο :</u>**

**Α.** Για να είναι συνεχής η $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1}, x\neq 1 \\ \nu^2-40\nu+401, x=1 \end{cases}$ πρέπει

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$ . Οπότε: $f(1)=\nu^2-40\nu+401$ ,

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim_{x\to 1}\frac{x^2(x-1)+(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x^2+1)}{(x+1)}=\frac{2}{2}=1$$

Επομένως, $\nu^2-40\nu+401=1 \Leftrightarrow \nu^2-40\nu+400=0 \Leftrightarrow (\nu-20)^2=0$

$\Leftrightarrow \nu=20$ .

**Β. i.** $\alpha=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{3x-9}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x+3)}{3(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+3}{3}=2$ .

**ii.** $\beta=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x^2+2x+4)=12$ .

**iii.** $\gamma=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-10\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu^2 x-1}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-10(1-\sigma\upsilon\nu^2 x)}{\sigma\upsilon\nu^2 x-1}=10$ .

**Γ. i.** $\delta=\lim\limits_{x\to 0}15\dfrac{\varepsilon\varphi x}{\eta\mu x}=\lim\limits_{x\to 0}15\dfrac{\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}}{\eta\mu x}=\lim\limits_{x\to 0}15\dfrac{\eta\mu x}{\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x}=15$ .

**ii.** $\varepsilon=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-3x-2}{x-2}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}2\left(x+\frac{1}{2}\right)=5$.

**Δ.**

| Αριθμός λογαριασμών σε κοινωνικά δίκτυα $x_i$ | Αριθμός μαθητών $\nu_i$ | Αθροιστική συχνότητα $N_i$ | Σχετική συχνότητα $f_i\%$ | Γωνία $\alpha_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 2 | 10 | $36^\circ$ |
| 1 | 10 | 12 | 50 | $180^\circ$ |
| 2 | 2 | 14 | 10 | $36^\circ$ |
| 3 | 1 | 15 | 5 | $18^\circ$ |
| 4 | 1 | 16 | 5 | $18^\circ$ |
| 5 | 4 | 20 | 20 | $72^\circ$ |
| Σύνολο | 20 | - | - | $360^\circ$ |

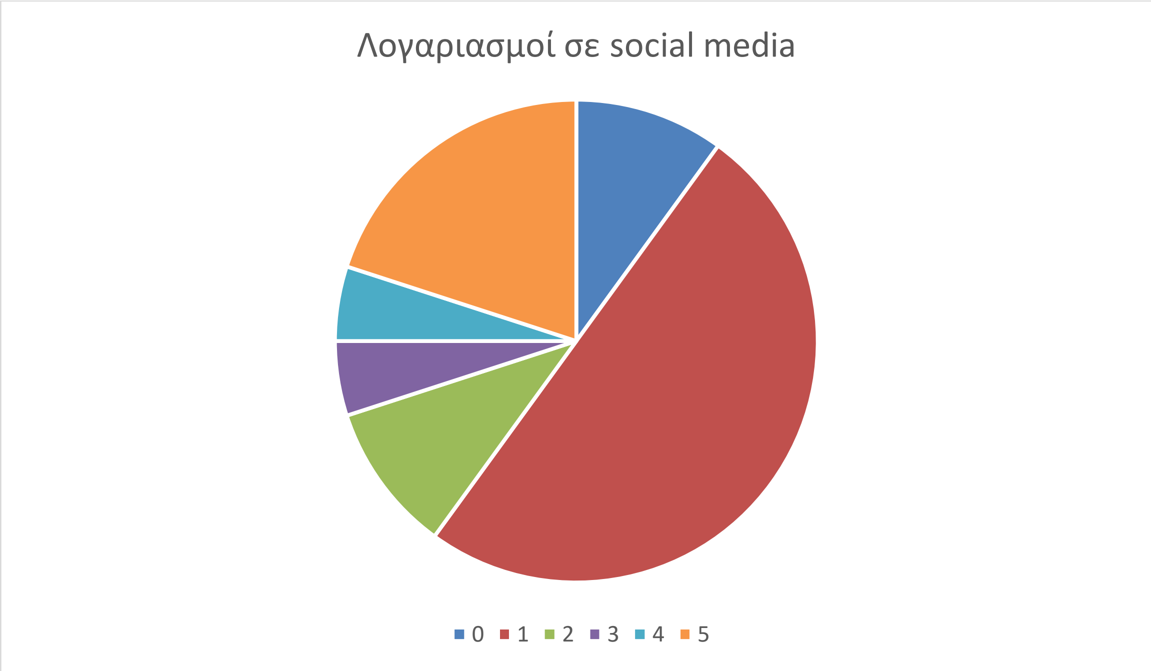
$N_1=\nu_1=2$ , $\nu_2=N_2-N_1=12-2=10$ , $f_3=\dfrac{\nu_3}{\nu}\Leftrightarrow \nu_3=0{,}10\cdot 20=2$,

$N_3=N_2+\nu_3=12+2=14$ , $\nu_4=N_4-N_3=15-14=1$ ,

$f_5=\dfrac{\nu_5}{\nu}\Leftrightarrow \nu_5=0{,}05\cdot 20=1$, $\nu_6=20-(10+2+2+1+1)=20-16=4$ ,

$f_i=\dfrac{\nu_i}{\nu}$

**Ε.** Για το κυκλικό διάγραμμα βρίσκουμε τις γωνίες $\alpha_i = 360^\circ \cdot f_i$ κι έχουμε:




**<u>Θέμα 4ο</u>:**

**Α.** Για το πεδίο ορισμού της f πρέπει:

$$x^2 + x \geq 0 \Leftrightarrow x(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [0, +\infty) \ .$$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $0$ | $-\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | - | | - | 0 | + |
| $x+1$ | - | 0 | + | | + |
| $x^2+x$ | + | 0 | - | 0 | + |

Οπότε το πεδίο ορισμού της f είναι: $A_f = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$ .

**Β.** Η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $A_f = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$ ως σύνθεση παραγωγίσιμων συναρτήσεων με:

$$f'(x) = \left(\sqrt{x^2 + x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + x}} \cdot \left(x^2 + x\right)' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x}} \text{ και}$$

$$f''(x)=\left(\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}\right)'=\frac{(2x+1)'\left(2\sqrt{x^2+x}\right)-(2x+1)\left(2\sqrt{x^2+x}\right)'}{\left(2\sqrt{x^2+x}\right)^2}=$$

$$\frac{2\left(2\sqrt{x^2+x}\right)-(2x+1)\left(\frac{2(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}}\right)}{4\left(x^2+x\right)}=\frac{4\sqrt{x^2+x}-\frac{(2x+1)^2}{\sqrt{x^2+x}}}{4\left(x^2+x\right)}=$$

$$\frac{\frac{4\left(x^2+x\right)-(2x+1)^2}{\sqrt{x^2+x}}}{4\left(x^2+x\right)}=\frac{4x^2+4x-4x^2-4x-1}{4\left(x^2+x\right)\sqrt{x^2+x}}=$$

$$\frac{-1}{4\left(x^2+x\right)\sqrt{x^2+x}}$$

**Γ.** Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της $C_f$, στο σημείο με τετμημένη $x_0=1$ είναι: $\lambda=f'(1)=\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$. Επίσης, η $y=\lambda x+\beta$ διέρχεται από το $(1,f(1))$, δηλαδή από το $(1,\sqrt{2})$, οπότε $\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}+\beta\Leftrightarrow\beta=\frac{\sqrt{2}}{4}$. Επομένως, η ζητούμενη ευθεία είναι $\varepsilon_1: y=\frac{3\sqrt{2}}{4}x+\frac{\sqrt{2}}{4}$.

**Δ.** Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της $C_{f'}$, στο σημείο με τετμημένη $x_0=1$ είναι: $\lambda=f''(1)=\frac{-1}{8\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{16}$. Επίσης, η $y=\lambda x+\beta$ διέρχεται από το $(1,f'(1))$, δηλαδή από το $\left(1,\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$.

Οπότε: $-\frac{\sqrt{2}}{16}=\frac{3\sqrt{2}}{4}+\beta\Leftrightarrow\beta=\frac{13\sqrt{2}}{16}$. Επομένως, η ζητούμενη ευθεία είναι: $\varepsilon_2: y=-\frac{\sqrt{2}}{16}x+\frac{13\sqrt{2}}{16}$.

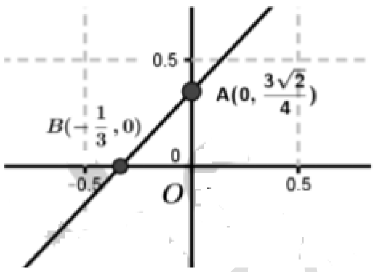
**Ε.** Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο με τετμημένη 4 είναι:

$$f'(4)=\frac{9}{2\sqrt{20}}=\frac{9\sqrt{20}}{80}=\frac{9\cdot 2\sqrt{5}}{80}=\frac{9\sqrt{5}}{40}.$$

**ΣΤ.** Είναι : $\varepsilon_1: y=\frac{3\sqrt{2}}{4}x+\frac{\sqrt{2}}{4}$

Για x=0 είναι: $y=\frac{\sqrt{2}}{4}$ , άρα τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A\left(0,\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$. Για y=0 είναι:

$0=\frac{3\sqrt{2}}{4}x+\frac{\sqrt{2}}{4}\Leftrightarrow 3\sqrt{2}x=-\sqrt{2}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$, άρα τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $B\left(-\frac{1}{3},0\right)$.




Σχεδιάζουνε την ευθεία κι έχουμε:

$$E=\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{4}\cdot\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{\sqrt{2}}{8}\text{ τ.μον.}$$

**Ζ.** Έστω το σημείο $M\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)$. Για να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ η εφαπτομένη της $C_f$ στο Μ πρέπει:

$f'\left(x_0\right)=0\Leftrightarrow\frac{2x_0+1}{2\sqrt{x_0^{\ 2}+x_0}}=0\Leftrightarrow x_0=-\frac{1}{2}$ απορρίπτεται εφόσον το $-\frac{1}{2}$ δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού της f. Άρα δεν υπάρχει σημείο Μ στο οποίο η εφαπτομένη της $C_f$ σ' αυτό να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.