

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

80

Γ' Γυμνασίου

06-02-21

Όν/μο:.....

Ύλη: Αλγεβρικές παραστάσεις

Θέμα 1^ο :

- A.** Τι ονομάζουμε ταυτότητα; Να γράψετε τις ταυτότητες που γνωρίζετε. **(8 μον.)**
- B.** Τι ονομάζουμε παραγοντοποίηση; **(7 μον.)**
- Γ.** Να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$. **(5 μον.)**
- Δ.** Να χαρακτηρίσετε με **(Σ)** Σωστό ή **(Λ)** Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- i.** Τα μονώνυμα $-x^3y^2$ και $+2x^3y^2$ είναι όμοια. **Σ Λ**
- ii.** Το μηδενικό πολυώνυμο έχει μηδενικό βαθμό. **Σ Λ**
- iii.** Ισχύει ότι $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$. **Σ Λ**
- iv.** Ο Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων $6x^3(x+1)^2$ και $3x(x+1)^3$ είναι $3x(x+1)^2$. **Σ Λ**
- v.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x+y}$. **Σ Λ**
- (5x1=5 μον.)**

Θέμα 2^ο :

- A.** Να βρεθούν τα κ, λ, μ έτσι ώστε τα μονώνυμα $(\kappa + 1)x^\lambda y^{2\mu}$ και $10x^5 y^{10}$ να είναι ίσα. **(5 μον.)**
- B.** Να κάνετε τις πράξεις:
- i.** $(2x - 1)(3x - 5)$
- ii.** $3x(2x^2 - x)(6x + 1)$ **(8 μον.)**
- Γ.** Να βρείτε τα αναπτύγματα:
- i.** $(2\alpha + 3\beta)^2$
- ii.** $(x^2 + 1)(1 - x^2)$
- iii.** $(x^2 + 2x)^3$ **(12 μον.)**

Θέμα 3^ο :

A. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $8\alpha^2 - 12\alpha\beta - 10\alpha + 15\beta$

ii. $(\kappa - 3\lambda)^2 - 4$

iii. $\alpha^2 - \beta^2 + 3\alpha - 3\beta$

iv. $x^4 - 6x^2 + 9$

v. $x^2 + 5x + 6$

(10 μον.)

B. Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων:

i. $6x^2y^3w, \quad 8x^3yw^2, \quad 4x^5y$

ii. $3\alpha^3 - 3\alpha, \quad 2\alpha^2 - 4\alpha + 2, \quad \alpha^2 - 3\alpha + 2$

(5 μον.)

Γ. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $\left(\frac{x}{x+3} : \frac{x-1}{x+3}\right) \cdot \frac{x^2}{x+1}$

ii. $\frac{1}{2x+6} + \frac{x-1}{3x-x^2} - \frac{x}{x^2-9}$

(10 μον.)

Θέμα 4^ο :

A. i. Να αποδείξετε ότι $(v-2)(v+2)+4=v^2$.

(8 μον.)

ii. Να δείξετε ότι ο αριθμός $998 \cdot 1002 + 4$, είναι τετράγωνο ενός ακέραιου αριθμού, τον οποίο και να προσδιορίσετε.

(4 μον.)

B. Έστω η αλγεβρική παράσταση $A = \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-1}$.

i. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις $x^2 - x$ και $x^2 - 1$.

(5 μον.)

ii. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η αλγεβρική παράσταση A έχει νόημα.

(3 μον.)

iii. Να κάνετε τις πράξεις στην παράσταση A .

(5 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο :

A. Ταυτότητα ονομάζεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

$$\text{Τετράγωνο αθροίσματος: } (\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$\text{Τετράγωνο διαφοράς: } (\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$\text{Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά: } (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$$

$$\text{Κύβος αθροίσματος: } (\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

$$\text{Κύβος διαφοράς: } (\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

B. Παραγοντοποίηση ονομάζεται η διαδικασία, με την οποία μία παράσταση που είναι άθροισμα, μετατρέπεται σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\text{Γ. } (\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \alpha\beta - \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

Δ. i. Σ ii. Λ iii. Σ iv. Σ v. Λ

Θέμα 2^ο :

A. Για να είναι τα μονώνυμα $(\kappa + 1)x^\lambda y^{2\mu}$ και $10x^5 y^{10}$ ίσα πρέπει:

$$\kappa + 1 = 10 \Leftrightarrow \kappa = 9, \quad \lambda = 5 \quad \text{και} \quad 2\mu = 10 \Leftrightarrow \mu = 5.$$

B. i. $(2x - 1)(3x - 5) = 6x^2 - 10x - 3x + 5 = 6x^2 - 13x + 5$

ii. $3x(2x^2 - x)(6x + 1) = (6x^3 - 3x^2)(6x + 1) =$
 $36x^4 + 6x^3 - 18x^3 - 3x^2 = 36x^4 - 12x^3 - 3x^2$

Γ. i. $(2\alpha + 3\beta)^2 = 4\alpha^2 + 12\alpha\beta + 9\beta^2$

ii. $(x^2 + 1)(1 - x^2) = (1 + x^2)(1 - x^2) = 1 - x^4$

iii. $(x^2 + 2x)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2 \cdot 2x + 3x^2 \cdot (2x)^2 + (2x)^3 =$
 $x^6 + 6x^5 + 12x^4 + 8x^3$

Θέμα 3^ο :

A. i. $8\alpha^2 - 12\alpha\beta - 10\alpha + 15\beta =$

$$4\alpha(2\alpha - 3\beta) - 5(2\alpha - 3\beta) =$$

$$(2\alpha - 3\beta)(4\alpha - 5)$$

ii. $(\kappa - 3\lambda)^2 - 4 = (\kappa - 3\lambda - 2)(\kappa - 3\lambda + 2)$

iii. $\alpha^2 - \beta^2 + 3\alpha - 3\beta =$

$$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) + 3(\alpha - \beta) =$$

$$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta + 3)$$

iv. $x^4 - 6x^2 + 9 = (x^2 - 3)^2$

v. $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

B. i. $6x^2y^3w, \quad 8x^3yw^2, \quad 4x^5y$

$$Ε.Κ.Π. = 24x^5y^3w^2$$

$$Μ.Κ.Δ. = 2x^2y$$

ii. $3\alpha^3 - 3\alpha = \quad 2\alpha^2 - 4\alpha + 2 = \quad \alpha^2 - 3\alpha + 2 =$

$$3\alpha(\alpha^2 - 1) = \quad 2(\alpha^2 - 2\alpha + 1) = \quad (\alpha - 1)(\alpha - 2)$$

$$3\alpha(\alpha - 1)(\alpha + 1) \quad 2(\alpha - 1)^2$$

Γ.i. $\left(\frac{x}{x+3} : \frac{x-1}{x+3}\right) \cdot \frac{x^2}{x+1} = \left(\frac{x}{x+3} \cdot \frac{x+3}{x-1}\right) \cdot \frac{x^2}{x+1} = \frac{x^3}{x^2-1}$

ii.

$$\frac{1}{2x+6} + \frac{x-1}{3x-x^2} - \frac{x}{x^2-9} = \frac{1}{2(x+3)} + \frac{x-1}{x(3-x)} - \frac{x}{(x-3)(x+3)} =$$

$$\frac{1}{2(x+3)} - \frac{x-1}{x(x-3)} - \frac{x}{(x-3)(x+3)} = \frac{x(x-3) - 2(x-1)(x+3) - 2x^2}{2x(x+3)(x-3)} =$$

$$\frac{x^2 - 3x - 2(x^2 + 3x - x - 3) - 2x^2}{2x(x+3)(x-3)} = \frac{x^2 - 3x - 2x^2 - 6x + 2x + 6 - 2x^2}{2x(x+3)(x-3)} =$$

$$\frac{-3x^2 - 7x + 6}{2x(x+3)(x-3)}$$

Θέμα 4^ο :

A. i. Είναι: $(v-2)(v+2)+4 = v^2 - 4 + 4 = v^2$.

ii. Στην ισότητα του i ερωτήματος για $v=1000$ έχουμε:

$$(1000-2)(1000+2)+4 = 1000^2 \Rightarrow 998 \cdot 1002 + 4 = 1000^2$$

Οπότε ο ζητούμενος αριθμός είναι το 1000.

B.

i. $x^2 - x = x(x-1)$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

ii. Για να έχει νόημα η παράσταση A πρέπει:

$$x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \text{ και } x \neq 1 \text{ και}$$

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

iii.
$$A = \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x}{(x-1)(x+1)} =$$

$$\frac{(x+1)^2 - x^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x-1)(x+1)}$$