

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

68

Ον/μο:.....

Β' Γυμνασίου

Υλη: Εξισώσεις, Πραγματικοί αριθμοί -

25-01-21

Εμβαδά επίπεδων σχημάτων, Πυθαγόρειο Θεώρημα

Θέμα 1^ο:

A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α; (7 μον.)

B. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. (8 μον.)

Γ. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

i. Η εξίσωση $0x = 0$ είναι αόριστη. Σ Λ

ii. Το εμβαδό ενός τετραγώνου πλευράς α είναι $E = \alpha^2$. Σ Λ

iii. Ισχύει ότι: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$. Σ Λ

iv. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με $B = 90^\circ$ ισχύει ότι:
 $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. Σ Λ

v. Ένα τρίγωνο με πλευρές $\alpha=12$, $\beta=16$ και $\gamma=20$ είναι ορθογώνιο. Σ Λ

(5x2=10μον.)

Θέμα 2^ο:

A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $3(2-x) - 3(2x-5) + 9x = -10x - 3(1-x) + 24$

ii. $\frac{2-x}{6} + \frac{4(x-2)}{3} = \frac{x+2}{2} + 8$ (2x5=10 μον.)

B. Ο κύριος Θανάσης είναι σήμερα 42 ετών και ο γιος του ο Χρήστος είναι 8 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του κ. Θανάση θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του Χρήστου; (5 μον.)

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

i. $\sqrt{5+2\sqrt{4}}$

ii. $\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{9}}}$ (2x5=10 μον.)

Θέμα 3^ο:

A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^2 = 9$

ii. $2x^2 - 2 = 198$

iii. $x^2 + 5 = 0$

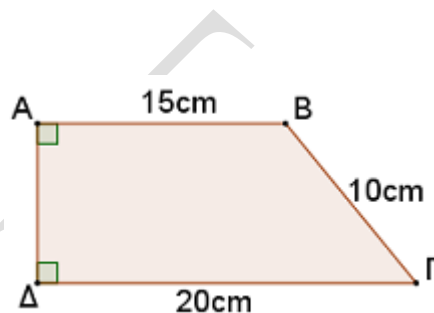
(3x2=6μον.)

Β. Δίνεται το ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος.

i. Να αποδείξετε ότι $A\Delta = 5\sqrt{3}\text{cm}$. (7 μον.)

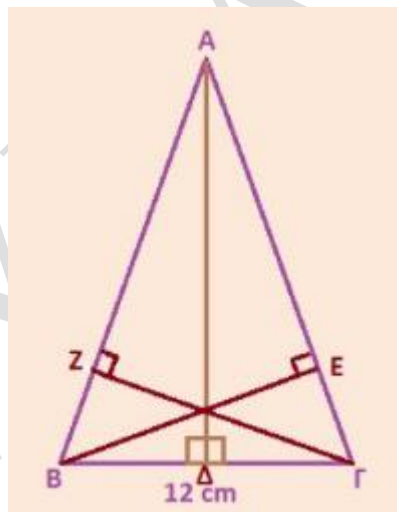
ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ. (7 μον.)

iii. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ορθογώνιο. (5 μον.)



Θέμα 4^ο:

Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση 12cm και περίμετρο ίση με 32cm.



A. Να αποδείξετε ότι οι ίσες πλευρές του είναι $AB=AG=10\text{cm}$. **(8 μον.)**

Β. Να βρείτε το ύψος AD που αντιστοιχεί στη βάση. (7 μον.)

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του. (6 μον.)

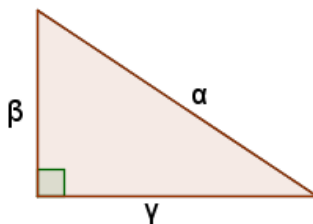
Δ. Να βρείτε τα ύψη ΒΕ και ΓΖ που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές. **(4 μον.)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

- A.** Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α , είναι ένας θετικός αριθμός που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α , και συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.
- B.** Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.
Είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$.



Γ. i. Σ ii. Σ iii. Λ iv. Λ v. Σ

Θέμα 2^ο:

A. i. $3(2 - x) - 3(2x - 5) + 9x = -10x - 3(1 - x) + 24$
 $6 - 3x - 6x + 15 + 9x = -10x - 3 + 3x + 24$
 $-3x - 6x + 9x + 10x - 3x = -3 + 24 - 6 - 15$
 $7x = 0$
 $\frac{7x}{7} = \frac{0}{7}$
 $x = 0$

$$\begin{aligned} \text{ii. } \frac{2-x}{6} + \frac{4(x-2)}{3} &= \frac{x+2}{2} + 8 \\ \frac{2-x}{6} + \frac{4x-8}{3} &= \frac{x+2}{2} + 8 \\ 6 \cdot \frac{2-x}{6} + 6 \cdot \frac{4x-8}{3} &= 6 \cdot \frac{x+2}{2} + 6 \cdot 8 \\ (2-x) + 2(4x-8) &= 3(x+2) + 48 \\ 2-x+8x-16 &= 3x+6+48 \\ -x+8x-3x &= 6+48-2+16 \\ 4x &= 68 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{68}{4} \\ x &= 17 \end{aligned}$$

B. Έστω x τα χρόνια που θα περάσουν. Σε x χρόνια ο κ. Θανάσης θα είναι $42+x$ και ο Χρήστος θα είναι $8+x$. Οπότε:

$$42+x = 3(8+x)$$

$$42+x = 24+3x$$

$$x-3x = 24-42$$

$$-2x = -18$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-18}{-2}$$

$$x = 9$$

Επομένως σε 9 χρόνια η ηλικία του κ. Θανάση θα είναι τριπλάσια της ηλικίας του Χρήστου.

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$\text{i. } \sqrt{5+2\sqrt{4}} = \sqrt{5+2 \cdot 2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{ii. } \sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{9}}} \sqrt{21+\sqrt{13+3}} = \sqrt{21+\sqrt{16}} = \sqrt{21+4} = \sqrt{25} = 5$$

Θέμα 3^ο:

A. i. $x^2 = 9$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

ii. $2x^2 - 2 = 198$

$$2x^2 = 198 + 2$$

$$2x^2 = 200$$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{200}{2}$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm\sqrt{100}$$

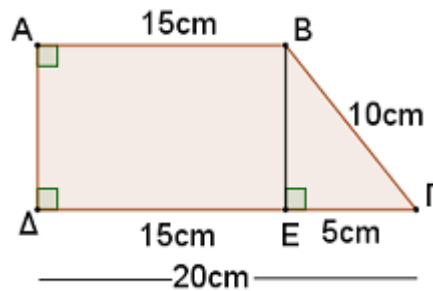
$$x = \pm 10$$

iii. $x^2 + 5 = 0$

$$x^2 = -5$$

αδύνατη

B.



i. Αρχικά φέρουμε το ύψος BE και είναι $BE = \Delta\Delta$. Τότε :

$E\Gamma = 20\text{cm} - 15\text{cm} = 5\text{cm}$. Από Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο BEΓ έχουμε:

$$B\Gamma^2 = EB^2 + E\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$10^2 = EB^2 + 5^2 \Leftrightarrow$$

$$100 = EB^2 + 25 \Leftrightarrow$$

$$EB^2 = 100 - 25 \Leftrightarrow$$

$$EB^2 = 75 \Leftrightarrow$$

$$EB = \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

ii. Το τετράπλευρο ABΓΔ είναι τραπέζιο οπότε για το εμβαδό του έχουμε:

$$E = \frac{(B + \beta) \cdot \upsilon}{2} = \frac{(20 + 15) \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \frac{35 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \frac{105\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2.$$

iii. Από Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΔΕ έχουμε:

$$B\Delta^2 = EB^2 + E\Delta^2 \Leftrightarrow$$

$$B\Delta^2 = (\sqrt{75})^2 + 15^2 \Leftrightarrow$$

$$B\Delta^2 = 75 + 225 \Leftrightarrow$$

$$B\Delta^2 = 300 \Leftrightarrow$$

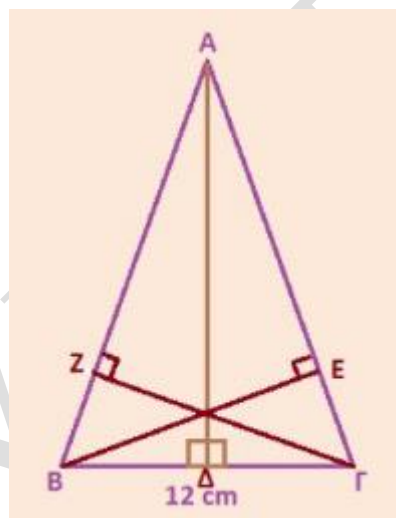
$$B\Delta = \sqrt{300}$$

Τότε για το τρίγωνο ΒΓΔ έχουμε:

$$\Delta\Gamma^2 = 20^2 = 400 \text{ και } B\Delta^2 + B\Gamma^2 = \sqrt{300}^2 + 10^2 = 300 + 100 = 400 .$$

Εφόσον , $\Gamma\Delta^2 = B\Delta^2 + B\Gamma^2$ από αντίστροφο του Π.Θ. προκύπτει ότι το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία την Β.

Θέμα 4^ο:



Α. Έστω x κάθε μία από τις ίσες πλευρές του τριγώνου. Τότε:

$$x + x + 12 = 32$$

$$2x + 12 = 32$$

$$2x = 32 - 12$$

$$2x = 20$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{20}{2}$$

$$x = 10$$

Οπότε $AB = AG = 10\text{cm}$.

Β. Το ύψος ΑΔ είναι και διάμεσος, άρα $\Gamma\Delta=12:2=6\text{cm}$. Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΔΓ είναι:

$$A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Gamma\Delta^2$$

$$10^2 = A\Delta^2 + 6^2$$

$$100 = A\Delta^2 + 36$$

$$A\Delta^2 = 100 - 36$$

$$A\Delta^2 = 64$$

$$A\Delta = \sqrt{64}$$

$$A\Delta = 8\text{cm}$$

Γ. Το εμβαδόν του τριγώνου είναι:

$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{12 \cdot 8}{2} = 6 \cdot 8 = 48\text{cm}^2$$

Δ. Έστω y τα ύψη ΒΕ και ΓΖ που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές.

Τότε: $E = 48$

$$\frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = 48$$

$$\frac{10y}{2} = 48$$

$$5y = 48$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{48}{5}$$

$$y = 9,6\text{cm}$$

Άρα $BE = \Gamma Z = 9,6\text{cm}$.