



08  
επαναληπτικά  
θέματα

ΤΕΕ Β' ΚΥΚΛΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Οι βαθμοί δυο μαθητών μιας τάξης σε πέντε από τα μαθήματα της τάξης αυτής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	Μαθητής Α	Μαθητής Β
Ελληνικά	16	14
Μαθηματικά	14	16
Φυσική	15	17
Λογοτεχνία	18	16
Ιστορία	17	$\lambda$

- α. Αν γνωρίζετε ότι οι δυο αυτοί μαθητές έχουν την ίδια μέση βαθμολογία στα μαθήματα αυτά, να αποδείξετε ότι  $\lambda = 17$ .  
(μονάδες 6)

Στα επόμενα ερωτήματα β, γ και δ να θεωρήσετε ότι  $\lambda = 17$ .

- β. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $S_A^2$  των βαθμών του μαθητή Α και τη διακύμανση  $S_B^2$  των βαθμών του μαθητή Β.  
(μονάδες 6)

- γ. Ποιος από τους παραπάνω μαθητές Α και Β έχει πιο ομοιογενή βαθμολογία;  
(μονάδες 2)

- δ. Η βαθμολογία των υπολοίπων 18 μαθητών της τάξης αυτής στο μάθημα της Ιστορίας είναι: 16, 13, 16, 15, 14, 13, 16, 13, 15, 13, 16, 16, 12, 15, 14, 15, 18 και 16.

- i) Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που αφορά τη βαθμολογία στο μάθημα της Ιστορίας των 20 μαθητών της τάξης αυτής:

Τιμές $X_i$	Συχνότητες $V_i$	$V_i \cdot X_i$	Σχετικές Συχνότητες $f_i$
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
Αθροίσματα	$v = 20$		

(μονάδες 6)

- ii) Να υπολογίσετε το Εύρος και τη Μέση Βαθμολογία όλων των μαθητών της τάξης αυτής στο μάθημα της Ιστορίας.  
(μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + \mu x - 2}{x - 1}, & \text{αν } x < 1 \\ \kappa x + \lambda, & \text{αν } 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2}{2} + \lambda, & \text{αν } x > 2 \end{cases}$$

όπου οι  $\kappa$ ,  $\lambda$  και  $\mu$  είναι σταθεροί πραγματικοί αριθμοί.

- α. Αν  $f(-1) = 1$ , να αποδείξετε ότι  $\mu = 1$ .

(μονάδες 4)

- β. Για  $\mu = 1$ :

- i) να υπολογίσετε τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

(μονάδες 5)

- ii) να υπολογίσετε τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

(μονάδες 5)

- iii) να προσδιορίσετε τους αριθμούς  $\kappa$  και  $\lambda$  ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στα σημεία  $x_1 = 1$  και  $x_2 = 2$

(μονάδες 6)

- γ. Για  $\mu = 1$ , να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $(-\infty, 1)$ .

(μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

- α. Να βρείτε την παράγωγο και τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

(μονάδες 7)

- β. Να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1 + x \cdot \ln(x + 1)}{x}$$

(μονάδες 7)

- γ. Να βρείτε την παράγουσα  $F(x)$  της συνάρτησης  $f(x)$  για την οποία ισχύει  $F(1) = 7$ .

(μονάδες 5)

- δ. Δίνεται η συνάρτηση:

$$g(x) = f'(x) \cdot e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Να αποδείξετε ότι:

$$g''(x) + g(x) = 2 \cdot g'(x), \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

(μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Μια βιομηχανία παράγει εξαρτήματα πλοίων. Το αναμενόμενο κέρδος  $P(x)$  (σε χιλιάδες ευρώ) από την πώληση  $x$  εξαρτημάτων μηνιαίως δίνεται από τη συνάρτηση:

$$P(x) = -x^3 + 15x^2 + 600x - 300, \quad 0 < x < 30$$

- α. Να υπολογίσετε το αναμενόμενο κέρδος από την πώληση 10 εξαρτημάτων μηνιαίως.  
(μονάδες 5)
- β. Να βρείτε τον αριθμό των εξαρτημάτων που πρέπει να πουληθούν μηνιαίως για να έχει η βιομηχανία αυτή το μέγιστο κέρδος καθώς και τη μέγιστη τιμή του κέρδους.  
(μονάδες 10)
- γ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του κέρδους για  $x = 10$ .  
(μονάδες 4)
- δ. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής του κέρδους.  
(μονάδες 6)