



08  
επαναληπτικά  
θέματα

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΕΠΙΛΟΓΗΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ  
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

**A1.** Τι ονομάζεται εύρος ή κύμανση  $R$  ενός δείγματος παρατηρήσεων και τι μειονέκτημα παρουσιάζει;

**Μονάδες 3**

**A2.** Έστω  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  ο δειγματικός χώρος με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων. Να δώσετε τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας του απλού ενδεχομένου  $\{\omega_i\}$ .

**Μονάδες 4**

**A3.** Αν η  $f(x) = x^2$  παραγωγίσιμη συνάρτηση, να δείξετε ότι η παράγωγός της είναι  $f'(x) = 2x$ .

**Μονάδες 8**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα το οποίο αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**α.** Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της τότε ισχύει  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ .

**Μονάδες 2**

**β.** Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $(x_0, f(x_0))$  θα είναι  $f'(x_0)$  δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της  $f(x)$  ως προς  $x$  όταν  $x = x_0$ .

**Μονάδες 2**

**γ.** Αν η πραγματοποίηση ενός ενδεχομένου  $A$  συνεπάγεται την πραγματοποίηση του ενδεχομένου  $B$  τότε  $A \subseteq B$ .

**Μονάδες 2**

**δ.** Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.

**Μονάδες 2**

**ε.** Ο δειγματικός χώρος κάθε πειράματος τύχης αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

**Μονάδες 2**

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - 2}$ .

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 6**

β. Να βρείτε το σημείο  $M(x, f(x))$  στο οποίο η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον  $x'$ αξονα.

**Μονάδες 5**

γ. Να δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$

**Μονάδες 6**

δ. Έστω  $x_i, i = 1, 2, 3, 4$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $x$ , ενός δείγματος μεγέθους  $n=40$ . Αν  $\kappa = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  να συμπληρωθεί ο πίνακας:

| $X_i$         | $v_i$    | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
|---------------|----------|-------|-------|-------|
| 1             | 4        |       |       |       |
| 2             | $\kappa$ |       |       |       |
| 3             |          |       |       |       |
| 4             |          | 0,2   |       |       |
| <b>Σύνολο</b> |          | 1     |       |       |

**Μονάδες 8**

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

«Σε μια εταιρία εργάζονται συνολικά 100 υπάλληλοι στο διοικητικό ή στο τεχνικό τμήμα. Από αυτούς οι 60 είναι άνδρες, 40 άτομα εργάζονται στο διοικητικό τμήμα ενώ 10 γυναίκες εργάζονται στο τεχνικό τμήμα. Η μέση ηλικία τόσο των ανδρών όσο και των γυναικών είναι 40 χρόνια.»

α. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο που εργάζεται στην εταιρεία. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «Το άτομο είναι άνδρας που εργάζεται στο τεχνικό τμήμα»

B: «Το άτομο είναι άνδρας ή εργάζεται στο διοικητικό τμήμα»

**Μονάδες 7**

β. Κάποιοι υπάλληλοι αποχώρησαν από την εταιρεία η οποία κάλυψε το κενό τους προσλαμβάνοντας για κάθε άτομο που αποχώρησε, ένα νεότερο κατά 4 χρόνια. Αν η νέα μέση ηλικία των υπαλλήλων της εταιρείας είναι 39,6 χρόνια, να βρείτε πόσοι υπάλληλοι αποχώρησαν.

**Μονάδες 6**

- γ. Αν είναι γνωστό ότι η κατανομή των 100 αρχικών ηλικιών είναι περίπου κανονική και το 2,5% των υπαλλήλων έχει ηλικία το πολύ 26 χρόνια, να βρείτε πόσοι υπάλληλοι της εταιρείας έχουν ηλικία μικρότερη από 33 χρόνια.

Μονάδες 6

- δ. Αν ισχύει  $100 \sum_{i=1}^K v_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^K v_i x_i)^2 = 250000$  μετά την πρόσληψη των νεότερων ατόμων και η κατανομή των ηλικιών εξακολουθεί να είναι κανονική, να βρείτε κατά προσέγγιση το εύρος της κατανομής των ηλικιών των υπαλλήλων της εταιρείας.

$$\text{Δίνεται } S^2 = \frac{1}{v} \left[ \sum_{i=1}^K v_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^K v_i x_i)^2}{v} \right].$$

Μονάδες 6

#### Θέμα 4<sup>ο</sup>

«Εστω πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  και  $m$  η ελάχιστη τιμή της μέσης τιμής των αριθμών  $x, 5e^x, x+4, -7x, 1$  ( $x \in \mathbb{R}$ ). Επιλέγουμε τυχαίο  $\kappa \in \Omega$  και σχηματίζουμε τη συνάρτηση  $g(x) = m x^2 - \kappa^2 x + 3$  ( $x \in \mathbb{R}$ )»

- A. Να δείξετε ότι  $m=2$ .

Μονάδες 9

- B. Θεωρούμε το ενδεχόμενο  $E = \{\kappa \in \Omega / \text{«η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης } g \text{ στο σημείο της } A(1, g(1)) \text{ δεν είναι παράλληλη στον άξονα } x'x\}\}$ . Να βρεθεί η πιθανότητα του ενδεχομένου  $E$ .

Μονάδες 8

- Γ. Αν  $A, B$  ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $A \subseteq B$ ,  $A \neq B$ , να δειχτεί ότι

$$h(x) = \frac{3 - 2 \cdot P(A \cap B)}{12} x^3 + \frac{P(A)}{2} x^2 + x + 2008, \quad x \in \mathbb{R} \text{ είναι γνησίως αύξουσα}$$

στο  $\mathbb{R}$ .

Μονάδες 8