

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 21 Απριλίου 2018

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό του σταθμικού μέσου ενός δείγματος n παρατηρήσεων.
Μονάδες 4

A2. Έστω f, g δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ . Να αποδειχθεί ότι $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ για κάθε $x \in \Delta$.
Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \frac{4}{x}$ είναι $f'(x) = \frac{0}{1} = 0$.

2. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$.

3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης ε της γραφικής παράστασης μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι η παράγωγος της f στο x_0 .

4. Ο CV είναι ανεξάρτητος από μονάδες μέτρησης.

5. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

Μονάδες 10

A4. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [κ \cdot f(x)] = \dots$

2. $(\sin x)' = \dots$

3. Αν f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και $x \in \mathbb{R}$ τότε $(c \cdot f(x))' = \dots$

4. Αν x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 οι τιμές μιας μεταβλητής, με $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$, τότε το εύρος αυτών των τιμών είναι $R = \dots$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Ο δημιουργός του facebook Μαρκ Ζούκερμπεργκ, αποφάσισε να κάνει μία έρευνα για το ποιες ηλικίες ασχολούνται περισσότερο με αυτό. Τα αποτελέσματα δίνονται στον παρακάτω στατιστικό πίνακα:

Κλάσεις	κ_i	ν_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$	$\nu_i \kappa_i$
0-20				30				
20-40				20				
40-60								
60-80				20				
80-100								
Συνολο		200		100				

B1. Αν η γωνία του κυκλικού τομέα στην οποία αντιστοιχεί η κλάση 40 – 60 είναι 90° να δειχθεί ότι $f_3\% = 25$, $f_5\% = 5$ και να συμπληρωθεί ο στατιστικός πίνακας.

Μονάδες 10

B2. Να βρεθεί το ποσοστό των χρηστών με ηλικία: (α.) μέχρι 40 ετών (β.) από 20 έως 80 ετών.

Μονάδες 3

B3. Ποιο το πλήθος των χρηστών από 30 έως 60 ετών και ποιο το πλήθος από 50 έως 70 ετών ;

Μονάδες 3

- B4.** Να βρεθεί η μέση τιμή, η διακύμανση και ο συντελεστής μεταβλητότητας των τιμών του δείγματος. Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να θεωρήσετε ότι $\sqrt{620} \approx 25$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + \lambda x - 2}{\sqrt{x+3} - 2}, & x \in \Delta \\ \alpha^2 - 3\alpha + 14, & x = 1 \end{cases}$, όπου $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}$.

- Γ1.** Να βρείτε το Δ αν αυτό είναι το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} στο οποίο ορίζεται ο πρώτος κλάδος της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

- Γ2.** Να βρεθεί ο αριθμός λ αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(6, 40)$.

Μονάδες 5

Για $\lambda=1$,

- Γ3.** Να βρεθούν οι τιμές του α για τις οποίες η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 7

Για $\alpha=1$,

- Γ4.** **i.** Να αποδείξετε ότι $f(x) = (x+2)(\sqrt{x+3} + 2)$, $x \geq -3$.
ii. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο που τέμνει τον x' αξονα.

- iii.** Αν $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x+3} + 2} + 2018$ ναδειχθεί ότι η εφαπτόμενη της g σε οποιοδήποτε σημείο της σχηματίζει με τον άξονα x' αξονα γωνία 45° .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ακολουθούν την κανονική κατανομή με διάμεσο $\delta=8$, μέση τιμή \bar{x} , και τυπική απόκλιση s . Επιπλέον, δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \bar{x} \cdot \frac{x^2}{2} - 12x + 1$, η οποία παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x = s$.

Δ1. Να βρεθεί η μέση τιμή \bar{x} .

Μονάδες 3

Για $\bar{x}=8$,

Δ2. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατά της και να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 9

Για $s=2$,

Δ3. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στα $(4,6)$ και $(8,10)$ είναι 950, να βρεθεί το μέγεθος n του δείγματος.

Μονάδες 5

Για $n=2000$,

Δ4. Να βρεθεί το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(10,12)$.

Μονάδες 3

Δ5. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της σταθεράς $c > 0$, που πρέπει να προσθέσουμε σε καθεμία από τις τιμές της μεταβλητής X , ώστε να προκύψει ομοιογενές δείγμα.

Μονάδες 5