Γ΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑ.Λ
Α' ΟΜΑΔΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 175.

Β.
α. ΣΩΣΤΟ
β. ΛΑΘΟΣ
γ. ΛΑΘΟΣ
δ. ΣΩΣΤΟ
ε. ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ 2ο

α. Περιορισμός: $x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 3$
Άρα το πεδίο ορισμού είναι : $A=(-\infty,3)\cup(3,+\infty)$
Η f είναι συνεχής στο A ως ρητή συνάρτηση.

β. Έχουμε: $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}=\dfrac{(x-3)(x-2)}{x-3}=x-2$
Άρα: $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}(x-2)=3-2=1$

γ. $f'(x)=(x-2)'=1-0=1$
$f''(x)=(1)'=0$

δ. $\int_1^2 f'(x)dx=\left[f(x)\right]_1^2=\left[x-2\right]_1^2=(2-2)-(1-2)=0-(-1)=1$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Αφού η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0,5)$, έχουμε:
$f(0)=5 \Leftrightarrow a\cdot 0^4-2\cdot 0^2+\beta=5 \Leftrightarrow \beta=5$
Επίσης $f'(x)=(ax^4-2x^2+\beta)'=4ax^3-4x$
Αφού η f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο $x_0=-1$, έχουμε:
$f'(-1)=0 \Leftrightarrow 4a(-1)^3-4(-1)=0 \Leftrightarrow -4a+4=0 \Leftrightarrow -4a=-4 \Leftrightarrow a=1$
Άρα: $a=1$ και $\beta=5$, και έτσι: $f(x)=x^4-2x^2+5$ με $x\in[-2,2]$

β. Έχουμε: $f'(x) = (x^4 - 2x^2 + 5)' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x-1)(x+1)$

Βρίσκουμε τα σημεία που μηδενίζεται η f':

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = 1$ ή $x = -1$

Τότε ο πίνακας μονοτονίας της συνάρτησης f είναι:

x	-2		-1		0		1		2
f'		-		+		-		+	
f		↘		↗		↘		↗	
	τ.μ.		τ.ε.		τ.μ.		τ.ε.		τ.μ.

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στα $[-2,-1]$ και $[0,1]$, γνησίως αύξουσα στα $[-1,0]$ και $[1,2]$

Επίσης η συνάρτηση f παρουσιάζει:

- τοπικό μέγιστο στο $x = -2$ το $f(-2) = (-2)^4 - 2(-2)^2 + 5 = 16 - 8 + 5 = 13$
- τοπικό ελάχιστο στο $x = -1$ το $f(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^2 + 5 = 1 - 2 + 5 = 4$
- τοπικό μέγιστο στο $x = 0$ το $f(0) = 0^4 - 2 \cdot 0^2 + 5 = 5$
- τοπικό ελάχιστο στο $x = 1$ το $f(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^2 + 5 = 1 - 2 + 5 = 4$
- τοπικό μέγιστο στο $x = 2$ το $f(2) = 2^4 - 2 \cdot 2^2 + 5 = 16 - 8 + 5 = 13$

γ. $\int_{-2}^{2} f(x)dx = \int_{-2}^{2} (x^4 - 2x^2 + 5)dx = \int_{-2}^{2} x^4 dx - \int_{-2}^{2} 2x^2 dx + \int_{-2}^{2} 5dx =$

$$= \left[\frac{x^5}{5}\right]_{-2}^{2} - \left[2\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} + \left[5x\right]_{-2}^{2} =$$

$$= \left(\frac{2^5}{5} - \frac{(-2)^5}{5}\right) - \left(\frac{2 \cdot 2^3}{3} - \frac{2(-2)^3}{3}\right) + \left(5 \cdot 2 - 5(-2)\right) =$$

$$= \left(\frac{32}{5} + \frac{32}{5}\right) - \left(\frac{16}{3} + \frac{16}{3}\right) + \left(10 + 10\right) =$$

$$= \frac{64}{5} - \frac{32}{3} + 20 = \frac{192}{15} - \frac{160}{15} + \frac{300}{15} = \frac{332}{15}$$

ΘΕΜΑ 4^o

α. Αφού η συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι τετραπλάσια από τη συχνότητα της πέμπτης κλάσης, έχουμε $\nu_5 = x$ και $\nu_3 = 4x$, και έτσι:

$3 + 5 + 4x + 7 + x = 25 \Leftrightarrow 5x + 15 = 25 \Leftrightarrow 5x = 25 - 15 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$

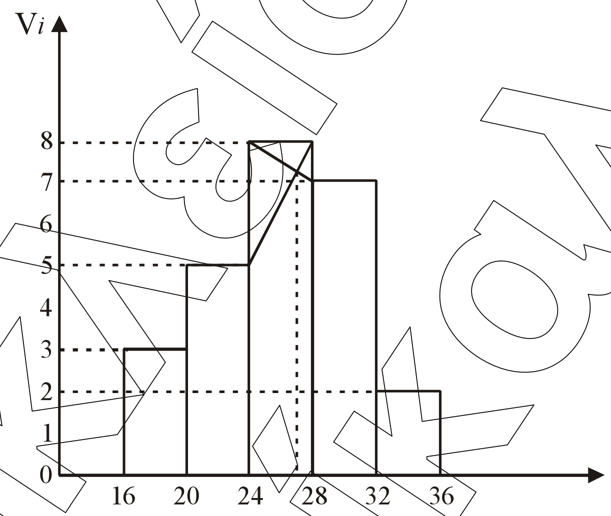
Άρα: $\nu_5 = 2$ και $\nu_3 = 8$

Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Κλάσεις	K_i	v_i	$K_i v_i$
[16,20)	18	3	54
[20,24)	22	5	110
[24,28)	26	8	208
[28,32)	30	7	210
[32,36)	34	2	68
		25	650

Η μέση τιμή είναι: $\bar{x} = \dfrac{650}{25} = 26$

β. Κάνουμε ιστόγραμμα συχνοτήτων:

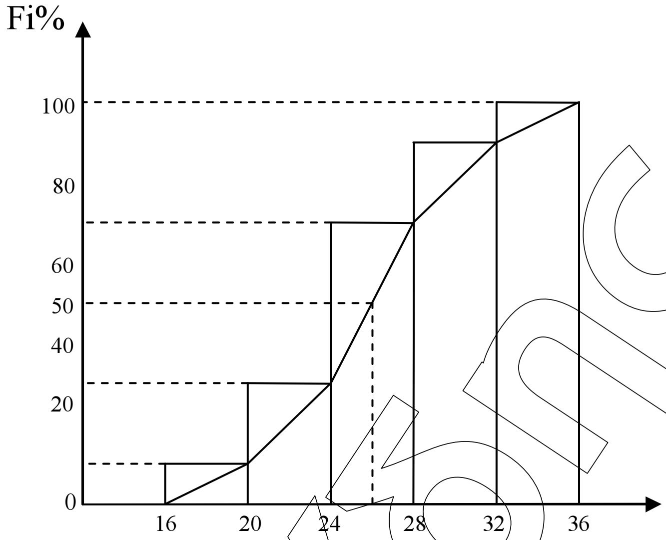


Η επικρατούσα τιμή είναι το 27.

γ. Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Κλάσεις	Ki	v_i	fi	fi%	Fi%
[16,20)	18	3	0,12	12	12
[20,24)	22	5	0,2	20	32
[24,28)	26	8	0,32	32	64
[28,32)	30	7	0,28	28	92
[32,36)	34	2	0,08	8	100
		25	1	100	-

Κάνουμε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων:



Διάμεσος είναι το 26.

δ. Συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Κλάσεις	Ki	ν_i	$K_i\nu_i$	$K_i - \bar{x}$	$(Ki-\bar{x})^2$	$\nu_i\,(Ki-\bar{x})^2$
[16,20)	18	3	54	-8	64	192
[20,24)	22	5	110	-4	16	80
[24,28)	26	8	208	0	0	0
[28,32)	30	7	210	4	16	112
[32,36)	34	2	68	8	64	128
		25	650	-	-	512

Η διακύμανση είναι: $s^2 = \dfrac{512}{25} = 20{,}48$

Και η τυπική απόκλιση είναι: $s = \sqrt{20{,}48} \cong 4{,}5$

ε. Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι:

$CV = \dfrac{4{,}5}{26} \cdot 100 \cong 17{,}3\%$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.