



**ΕΠ.Λ.  
Α' ΟΜΑΔΑ**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A.** α) Δίνεται συνάρτηση  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ , ( $A \subseteq \mathbb{R}$ ) και  $x_0 \in A$ . Πότε λέμε ότι η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ ; (5 μονάδες)
- β) Δίνεται συνάρτηση  $f: (a, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$ . Πότε λέμε ότι η  $f$  είναι συνεχής σε κάθε  $x_0 \in (a, \beta)$ ; (5 μονάδες)
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α) Έστω συνεχής συνάρτηση  $f: [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με παράγουσα συνάρτηση  $F$ .  
Τότε ισχύει:  $\int_a^\beta f(x) dx = [F(x)]_a^\beta = F(\alpha) - F(\beta)$ . (3 μονάδες)
- β) Έστω  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ , με  $f(A) \subseteq B$ . Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε κάθε  $x \in A$  και η  $g$  παραγωγίσιμη σε κάθε  $f(x) \in B$ , τότε η σύνθεσή τους  $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει ότι:  $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$ . (3 μονάδες)
- γ) Οι παράγουσες της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$  είναι οι συναρτήσεις  $F$  με  $F(x) = \ln x + c$ ,  $c$  σταθερά. (3 μονάδες)
- Γ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.
- α) Ο τύπος  $f_i = \frac{v_i}{v}$  υπολογίζει:
- A:** τη σχετική συχνότητα %.  
**B:** τη σχετική συχνότητα.  
**Γ:** τη μέση τιμή.  
**Δ:** την αθροιστική συχνότητα.  
**Ε:** την αθροιστική σχετική συχνότητα. (3 μονάδες)

**β)** Ένας πληθυσμός είναι ομοιογενής όταν ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι:

**A:**  $CV > 10\%$ .

**B:**  $CV \leq 10\%$ .

**Γ:**  $CV = 10\%$ .

**Δ:**  $CV \geq 10\%$ .

**E:**  $CV < 10\%$ .

(3 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές: 10, 11, 12, 13, 14,  $\omega$ ,  $\omega + 1$ , 16, 19, 12.

**α)** Αν η μέση τιμή τους είναι  $\bar{x} = 13$ , να αποδείξετε ότι  $\omega = 11$ .

(5 μονάδες)

**β)** Για  $\omega = 11$  να βρείτε:

**i)** τη διάμεσο,

(5 μονάδες)

**ii)** το εύρος των τιμών,

(5 μονάδες)

**iii)** την επικρατούσα τιμή,

(5 μονάδες)

**iv)** είναι το δείγμα ομοιογενές;

(5 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$ .

**α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(5 μονάδες)

**β)** Να βρείτε την  $f'(x)$  και την  $f''(x)$

(12 μονάδες)

**γ)** Να αποδείξετε ότι:  $xf''(x) + 2f'(x) + xf(x) = 0$ .

(8 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = x^3 - \beta x + \alpha$ , όπου:  $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

και  $\beta = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{x}$ .

- α) Να υπολογίσετε την τιμή των πραγματικών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ .  
(7 μονάδες)
- β) Για  $\alpha = 1$  και  $\beta = 3$ , να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.  
(10 μονάδες)
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f'$ , τον άξονα  $xx'$  και τις ευθείες  $x = -1$  και  $x = 1$ .  
(8 μονάδες)