

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2016

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, να αποδείξετε ότι:

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x).$$

(Μονάδες 7)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Μια συνάρτηση όταν είναι συνεχής στο $x = x_0$ θα είναι σίγουρα και παραγωγίσιμη στο x_0 .
2. Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις ισχύει:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

3. Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \sqrt{x-1}$ είναι το $(-\infty, 1]$.
4. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell|$.
5. Αν σε ένα διάστημα Δ ισχύει $x_1 < x_2$ ($x_1, x_2 \in \Delta$) και $f(x_1) < f(x_2)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

(Μονάδες 10)

A3. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο $x = x_0$, τότε $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \dots$
2. $(\varepsilon\phi x)' = \dots$
3. Αν c πραγματικός αριθμός, τότε $(c \cdot f(x))' = \dots$
4. Αν η f είναι συνεχής στο $x = x_0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \dots$

(Μονάδες 8)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε την παράγωγο της $f(x) = x^3 \cdot \sin x - \frac{x+1}{x^2}$, $x \neq 0$.

(Μονάδες 7)

B2. Να βρείτε την παράγωγο της $f(x) = \sqrt{x^2+3x} - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2\right)^{10}$.

(Μονάδες 8)

B3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 10$. Αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της f'' διέρχεται από το $\Delta\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{3x-12}$

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 7)

$$\text{Αν } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{3x-12}, & x \neq 4 \\ \alpha^2 - \frac{11}{15}, & x = 4 \end{cases}$$

Γ2. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

(Μονάδες 10)

Γ3. Να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού α , αν γνωρίζετε ότι η f είναι συνεχής στο $x = 4$.

(Μονάδες 8)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΘΕΜΑ Δ

Μια επιχείρηση παράγει x προϊόντα με συνολικό κόστος παραγωγής που δίνεται από τη συνάρτηση $K(x) = x^2 - 5x + 9$ (σε ευρώ). Το κάθε προϊόν το πουλάει προς 5 ευρώ.

- Δ1.** Να βρείτε τη συνάρτηση των εσόδων της επιχείρησης. **(Μονάδες 4)**
- Δ2.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση του κέρδους της επιχείρησης δίνεται από τον τύπο $P(x) = -x^2 + 10x - 9$ (σε ευρώ). **(Μονάδες 6)**
- Δ3.** Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x^2 - 1}$. **(Μονάδες 8)**
- Δ4.** Να αποδείξετε ότι: $2P''(2) + P'(3) + P(4) = 15$. **(Μονάδες 7)**

ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΟ