



Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

- A. α) Θεωρία Σελ. 34 σχολικού βιβλίου
β) Θεωρία σελ. 136 σχολικού βιβλίου

B. 1Σ, 2Σ, 3Λ, 4Σ, 5Σ, 6Σ, 7Λ, 8Λ

ΘΕΜΑ 2°

A. Αφού το $P(x)$ έχει παράγοντες το $x+1$ και το $x-2$ άρα :

$$\left. \begin{array}{l} P(-1) = 0 \quad (1) \\ P(2) = 0 \quad (2) \end{array} \right\} \text{δηλαδή} \left. \begin{array}{l} \alpha - \beta = -3 \\ 2\alpha + \beta = -6 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \alpha = -3 \\ \beta = 0 \end{array}$$

B. Η εξίσωση $P(x)=0$ δηλαδή $x^3-3x^2+4=0$ έχει παράγοντες το $x+1$ άρα ρίζα το -1 και $x-2$ άρα ρίζα το 2 δηλαδή με σχήμα horner έχουμε :

1	-3	0	4	-1
	-1	4	-4	
1	-4	4	0	

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ή } x = 2$$

Γ. i) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ τέμνει τον άξονα $y'y$ όταν $x = 0$ δηλαδή $P(0) = 4$ δηλαδή στο σημείο $(0, 4)$.

ii) Οι τιμές του x για τις οποίες η C είναι κάτω από τον άξονα $x'x$ είναι οι λύσεις της ανίσωσης $P(x) < 0$ δηλαδή $x^3 - 3x^2 + 4 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2 < 0 \Leftrightarrow x < -1$.

ΘΕΜΑ 3°

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{1 + \alpha_2}{1 - 2\alpha_4 + \alpha_8} &= \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2x + \eta\mu 2x}{1 - 2(\sigma\upsilon\nu 2x + 3\eta\mu 2x) + \sigma\upsilon\nu 2x + 7\eta\mu 2x} = \\ &= \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2x + \eta\mu 2x}{1 - \sigma\upsilon\nu 2x + \eta\mu 2x} = \frac{1 + 2\sigma\upsilon\nu^2 x - 1 + 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x}{1 - 1 + 2\eta\mu^2 x + 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x} = \\ &= \frac{2\sigma\upsilon\nu x (\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x)}{2\eta\mu x (\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x)} = \sigma\phi x \end{aligned}$$

B. $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{10} = S_{10}$ δηλαδή $\frac{[2\sigma\upsilon\nu 2x + 9\eta\mu 2x]10}{2} = S_{10}$
 άρα $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{10} = S_{10} = (2\sigma\upsilon\nu 2x + 9\eta\mu 2x)5 =$
 $= 10\sigma\upsilon\nu 2x + 45\eta\mu 2x$

Γ. Η εξίσωση με τη βοήθεια του ερωτήματος **B** γίνεται :

$$10\sigma\upsilon\nu 2x + 45\eta\mu 2x = -10 + 55\eta\mu 2x \Leftrightarrow$$

$$10\sigma\upsilon\nu 2x - 10\eta\mu 2x = -10 \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu 2x - \eta\mu 2x = -1 \Leftrightarrow$$

$$2\sigma\upsilon\nu^2 x - 1 - 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = -1 \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu x(\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu x = 0 \text{ αδύνατο } x \in \left(0, \frac{\Pi}{2}\right) \text{ ή}$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \eta\mu x \Leftrightarrow \sigma\phi x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\Pi}{4} \text{ διότι } x \in \left(0, \frac{\Pi}{2}\right)$$

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 2)$ έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(\ln 2, +\infty)$.

B. Η εξίσωση γίνεται : $\ln(e^{2x} - 2) = \ln 7 + \ln(e^x - 2)$

$$\ln(e^{2x} - 2) = \ln 7(e^x - 2)$$

$$e^{2x} - 2 = 7e^x - 14$$

$$e^{2x} - 7e^x + 12 = 0 \Leftrightarrow$$

$$e^x = 4 \text{ ή } e^x = 3$$

Δηλαδή $x = \ln 4$ ή $x = \ln 3$

Γ. Αφού οι $f(\alpha)$, $f(\beta)$, $f(\gamma)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ισχύει :

$$2\ln(e^\beta - 2) = \ln(e^\alpha - 2) + \ln(e^\gamma - 2) \text{ δηλαδή } (e^\beta - 2)^2 = (e^\alpha - 2) \cdot (e^\gamma - 2)$$

Δ. $e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(100)} =$

$$(e - 2) + (e^2 - 2) + \dots + (e^{100} - 2) =$$

$$e + e^2 + \dots + e^{100} - 200 =$$

$$\frac{e(e^{100} - 1)}{e - 1} - 200 =$$

$$\frac{e^{101} - 201e + 200}{e - 1}$$