



08 επαναληπτικά Θέματα

ΘΕΜΑ 1^ο

- A)** Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, να αποδείξετε ότι για κάθε $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \cdot \log_{\alpha} \theta$.

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

- B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- a) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\frac{1}{3^x} < 3^x$.
 - b) Το π είναι λύση της εξίσωσης συν $x + 1 = \eta \mu 2x$.
 - c) Η εξίσωση $x^4 + 3x^2 + x + 1 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.
 - d) Ισχύει $5 = \ln e^5$.
 - e) Αν $(\alpha_v), v \in \mathbb{N}^*$ είναι μία αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega \neq 0$, τότε ισχύει:
- $$\alpha_{2007} - \alpha_{2008} = \omega$$
- C)** Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση, δίπλα στον αριθμό κάθε ερώτησης.
1. Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x$ με $\alpha > 1$ είναι:
 - A. γησιώς αύξουσα στο \mathbb{R}
 - B. σταθερή στο \mathbb{R}
 - C. γησιώς φθίνουσα στο \mathbb{R}
 - D. κανένα από τα προηγούμενα
 2. Αν $x > 0$ και ισχύει $\ln \sqrt{x} = 3$, τότε:
 - A. $x = e^4$
 - B. $x = e^6$
 - C. $x = e^3$
 - D. $x = e^9$
 3. Η εξίσωση $\eta \mu x \sin 3x + \eta \mu 3x \cos x = 4$, $x \in \mathbb{R}$:
 - A. έχει λύση το $x = 0$
 - B. έχει λύση το $x = \frac{\pi}{2}$
 - C. έχει λύση το $x = \pi$
 - D. είναι αδύνατη
 4. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$, τότε έχει οπωσδήποτε παράγοντα και το
 - A. $x+1$
 - B. $-x-1$
 - C. $1-x$
 - D. κανένα από τα προηγούμενα.

5. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = e^x$ και $g(x) = \ln x$ είναι συμμετρικές ως προς :

- A. τον άξονα y'
B. την ευθεία $y = x$
C. τον άξονα x'
D. την ευθεία $y = 2x$

6. Το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^3 + (\lambda^3 - 1)x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda^2 + \lambda - 2)$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο, όταν το λ ισούται με :

- A. 1
B. -1
C. -2
D. κανένα από τα προηγούμενα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 12**ΘΕΜΑ 2^o**

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - 5x^2 + 16x - 12$ και $F(x) = x^2 + 5x - 6$.

- a) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = F(x)$ (1).

- b) Να βρείτε το διάστημα, που ανήκει το x , έτσι ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$, να βρίσκεται κάτω από τον άξονα x' .

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- c) Έστω $(\alpha_v), v \in N^*$ μία γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1) και λόγο λ τη μεσαία ρίζα της (1), τότε:

- i) Να υπολογίσετε την τάξη του όρου της γεωμετρικής προόδου α_v , που ισουται με 192.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{\alpha_{2008}}{\alpha_{2007}} \cdot \frac{\alpha_{2005}}{\alpha_{2006}}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4**ΘΕΜΑ 3^o**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta \mu 4x + 2\eta \mu 2x}{\sin x}$, με $x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in Z$.

- a) Να αποδείξετε ότι: $f(x) = 8\eta \mu x - 8\eta \mu^3 x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

- b) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 16\eta \mu x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- γ) Να αποδείξετε ότι, οι αριθμοί $f(-\frac{\pi}{6})$, $f(0)$, $f(\frac{\pi}{6})$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8**ΘΕΜΑ 4^ο**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x + \alpha - \beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

A. Αν $\ln 6 + f(\frac{\pi}{2}) - \ln 5 = \ln \pi$, τότε:

a) Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$

b) Να λύσετε την εξίσωση $\eta \mu(e^{f(x)}) - \sigma v(e^{f(x)}) = \frac{1}{2}$.

B. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x στο σημείο $A(1,0)$, τότε:

a) Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = 0$.

b) Να λύσετε την ανίσωση $16 \cdot 2^{f(x)} < 2^{\ln(2e^4)}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8**ΜΟΝΑΔΕΣ 5****ΜΟΝΑΔΕΣ 4****ΜΟΝΑΔΕΣ 8****ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**