

**ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 16 Απριλίου 2014**

**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A.1.** Να δώσετε τον ορισμό της γνησίως φθίνουσας συνάρτησης  $\alpha'$  ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της.

**Μονάδες 4**

**A.2.** Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ , για κάθε  $\omega \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 7**

**A.3.** Να δώσετε τον ορισμό του λογαρίθμου με βάση  $\alpha$ , ενός θετικού αριθμού  $\theta$  όπου  $\alpha > 0$  και  $\alpha \neq 1$ .

**Μονάδες 4**

**A.4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστή**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  αν έχει περισσότερες από μία διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρες.

**β)** Αν  $f(x) \geq f(0)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει κατ' ανάγκη (ολικό) ελάχιστο στο 0.

**γ)** Για κάθε γωνία  $\theta$  που ορίζονται η  $\epsilon\phi\theta$  και η  $\sigma\phi\theta$ , ισχύει  $\sigma\phi\theta \cdot \epsilon\phi\theta \neq 0$ .

**δ)** Το μηδενικό πολυώνυμο, έχει βαθμό ίσο με μηδέν.

**ε)** Για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $e^{\ln x} = x$ .

**Μονάδες 5x2=10**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω  $P(x) = x^3 + 2ax^2 - a^2x + 2$  πολυώνυμο,  $a \in \mathbb{R}$ . Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  διαιρεθεί με το  $x - 1$ , δίνει υπόλοιπο  $3a + 1$ .

**Β.1.** Να βρείτε τις τιμές του αριθμού  $a$ .

Μονάδες 7

**Β.2.** Για  $a = 1$  και πολυώνυμο  $Q(x) = x^2 + x + 1$ :

**α)** Να αποδείξετε ότι το πηλίκο  $\pi(x)$  και το υπόλοιπο  $\upsilon(x)$  της Ευκλείδειας διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $Q(x)$  είναι  $x + 1$  και  $-3x + 1$  αντίστοιχα.

Μονάδες 4

**β)** Να λύσετε την ανίσωση  $\frac{P(x) + x - 2}{Q(x)} \geq 1$ .

Μονάδες 8

**γ)** Να λύσετε την εξίσωση  $\pi(x) = \sqrt{Q(x)}$ .

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = a \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \beta x\right)$  όπου  $a \in \mathbb{R}$  και  $0 \leq \beta \leq 1$ , της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία  $A(0, -2)$ ,  $B(\pi, -1)$ .

**Γ.1.** Να βρείτε τις τιμές των  $a$  και  $\beta$ .

Μονάδες 8

Αν  $f(x) = -2 \sin\left(\frac{x}{3}\right)$

**Γ.2. α)** Να βρείτε τη μέγιστη, την ελάχιστη τιμή της  $f$  και την περίοδό της.

Μονάδες 4

**β)** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο διάστημα  $[0, 6\pi]$  και να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία στο ίδιο διάστημα.

Μονάδες 4

Γ.3. Δίνεται το γραμμικό σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} \lambda f(0)x + f(2014\pi)y = 4\lambda \\ \lambda f(-\pi)x + \lambda f(2\pi)y = 0 \end{cases}$$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) ώστε το παραπάνω σύστημα να έχει άπειρες λύσεις καθώς και τη μορφή των απείρων λύσεων.

Μονάδες 9

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln \left( \frac{4 - 2^x}{4 \cdot 2^x - 1} \right)$ .

Δ.1. Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι το διάστημα  $A = (-2, 2)$ .

Μονάδες 6

Δ.2. Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι περιττή.

Μονάδες 5

Δ.3. Να βρείτε (αν υπάρχει) την τεταγμένη του σημείου τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $h(x) = x \ln 2 - \ln 3$ .

Μονάδες 6

Δ.4. Να λύσετε την ανίσωση  $-\ln^2(e^2) \cdot f(x) \geq 4 \cdot f(-x) + \ln^2|x| - \ln x^2 - 3$ .

Μονάδες 8

Σας ευχόμαστε επιτυχία.