ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 1 Απριλίου 2012

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1. Να δώσετε τον ορισμό της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 3

Α.2. Να αποδείξετε οι α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $2\beta = \alpha + \gamma$.

Μονάδες 6

Α.3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το 5 είναι μία πιθανή ακέραια ρίζα της εξίσωσης $2x^3 - \lambda x^2 + 6x - 5 = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{Z}$.

β) Υπάρχουν τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έτσι, ώστε να ισχύει $e^{-x} < 0$.

γ) Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης δύο πολυωνύμων είναι πολυώνυμο μηδενικού βαθμού, τότε η διαίρεση λέγεται τέλεια.

δ) Η εξίσωση $\eta\mu x = \alpha$, όπου $|\alpha| > 1$, έχει λύση στο $\mathbb{R}$.

ε) Το άθροισμα των πρώτων ν όρων γεωμετρικής προόδου (α_ν) με λόγο λ=1 και πρώτο όρο α_1 είναι ίσο με $S_\nu = (\alpha_1)^\nu$, για κάθε $\nu \in N^*$.

Μονάδες 5x2=10

Α.4. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε έτσι, ώστε τα στοιχεία της κάθε γραμμής να είναι ίσα:

Αριθμός	Με μορφή λογαρίθμου	Με μορφή δύναμης
8	$\log_7(............)$	$3^{(...............)}$
……..	$\log_3(3^4)$	$8^{2\log_8(.......)}$
………	$\log(............)$	$e^{\ln 2012}$

Μονάδες 6x1=6

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

Β.1. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=0$.

Μονάδες 6

Β.2. Να λύσετε τις τριγωνομετρικές εξισώσεις $\eta\mu x=\alpha$, $\sigma\upsilon\nu x=\beta$ όπου α η διπλή ρίζα της παραπάνω εξίσωσης και β η άλλη ρίζα της ίδιας εξίσωσης.

Μονάδες 6

Β.3. Να βρείτε τις τιμές του $x\in\mathbb{R}$ έτσι, ώστε η γραφική παράσταση της f, να μην είναι πάνω από τον άξονα των x΄x.

Μονάδες 8

Β.4. Να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης $f(-x):(x^2+1)$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ και $g(x)=\eta\mu^2 x+\alpha+\beta+\gamma$, όπου α, β, γ θετικοί πραγματικοί αριθμοί και $\ln\alpha$, $\ln\beta$, $\ln\gamma$ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Γ.1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $h(x)=\ln(f(x))$, έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Γ.2. Έστω γεωμετρική πρόοδος (α_ν) με $\alpha_1=\alpha=\ln e$, $\alpha_2=e^{\ln\beta}$ και $\alpha_3=10^{\log\gamma}$ και $\alpha_5=256$

α) Να βρείτε τους αριθμούς α, β και γ.

Μονάδες 6

β) Για α=1, β=4 και γ=16 να λύσετε την εξίσωση $f(\sigma\upsilon\nu x)=g(x)$, στο διάστημα $(0,4\pi]$.

Μονάδες 8

Γ.3. Έστω αριθμητική πρόοδος (β_ν) με θετική διαφορά ω και με β_1, β_2 τις λύσεις της εξίσωσης $f(\sigma\upsilon\nu x)=g(x)$, στο διάστημα $(0,4\pi]$.Αν το άθροισμα των πρώτων ν όρων της αριθμητικής προόδου (β_ν) είναι ίσο με 2550π, να βρείτε τον αριθμό ν.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x)=\dfrac{\ln x}{\ln 2}$ και $f(x)=\dfrac{1}{\ln(2^x-3)}$.

Δ.1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της g και να συγκρίνετε τους αριθμούς $g(3)$, 2.

Μονάδες 6

Δ.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

Μονάδες 6

Δ.3. Αν $\kappa>4$ να λύσετε την ανίσωση $f(\log_2\kappa)<\dfrac{1}{2}$.

Μονάδες 6

Δ.4. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης $(-x^3-7x^2+6):(x+1)$ είναι το πολυώνυμο

$$\upsilon(x)=(f(\beta)-1)\cdot x+g(\alpha)+g(\alpha^2)+g(\alpha^3)+\dots+g(\alpha^{20})-\frac{210}{\ln 2}$$

να δείξετε ότι $\alpha+3=e^{\beta\cdot\ln 2}$, όπου α ανήκει στο πεδίο ορισμού της g και β ανήκει στο πεδίο ορισμού της f.

Μονάδες 7

Σας ευχόμαστε επιτυχία

Ευκλείδης Τρίκαλα