

**ΤΑΞΗ:** Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

**Ημερομηνία:** Κυριακή 13 Απριλίου 2014  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 2 ώρες

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

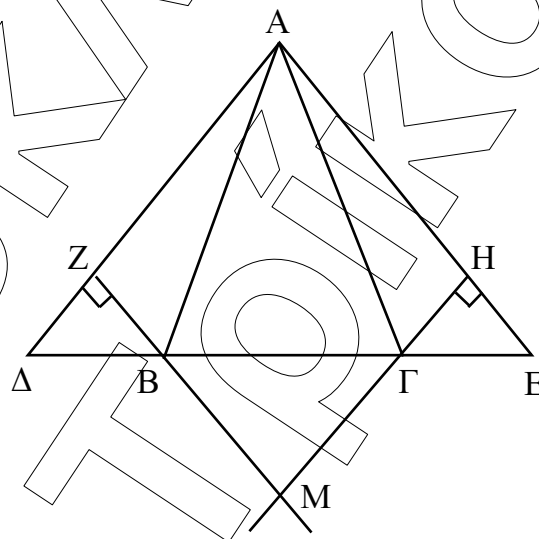
**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Παρ. 3.5 σελ. 62, Θεώρημα II

**A2.** α) Σωστό, β) Σωστό, γ) Λάθος.

**A3.** α. i, β. ii

**ΘΕΜΑ Β**

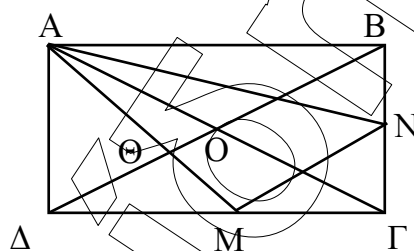


**B1.** Αφού  $\Delta B = \Gamma E$ ,  $AB = A\Gamma$ ,  $\hat{A}B\Delta = \hat{A}\Gamma E$ , (σαν παραπληρωματικές των προσκείμενων στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$ , ίσων γωνιών  $B$  και  $\Gamma$ ) θα είναι  $\hat{A}B\Delta = \hat{A}\Gamma E$  οπότε  $A\Delta = AE$ , δηλαδή  $\hat{A}\Delta E$  ισοσκελές.

**B2.** Έχουμε  $\Delta B = \Gamma E$ ,  $\hat{Z} = \hat{H} = 90^\circ$  και  $\hat{\Delta} = \hat{E}$  (προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου  $A\Delta E$ ). Άρα  $\hat{\Delta}BZ = \hat{\Gamma}EH$  οπότε  $BZ = \Gamma H$ .

- B3.** Έχουμε  $\hat{MB\Gamma} = \hat{M\Gamma B}$ , σαν κατακορυφήν των ίσων γωνιών  $\Delta BZ$  και  $E\Gamma H$  των ίσων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος, οπότε το τρίγωνο  $B\Gamma M$  είναι ισοσκελές.

**ΘΕΜΑ Γ**



- Γ1.** Είναι  $AG = 2AD$  και  $\hat{A\Gamma\Delta}$  ορθογώνιο στο  $\Delta$ , οπότε  $\hat{A\Gamma\Delta} = 30^\circ$  και  $\hat{\Delta A\Gamma} = 90^\circ - \hat{A\Gamma\Delta} = 60^\circ$ .

Είναι  $AO = \frac{1}{2}AG = AD$ . Αφού διχοτομούνται και είναι ίσες οι διαγώνιες του ορθογώνιου θα έχουμε  $DO = \frac{1}{2} \cdot DB = \frac{1}{2} \cdot AG = AD$ .

Άρα το τρίγωνο  $AO\Delta$  είναι ισόπλευρο, δηλαδή οι γωνίες του είναι  $60^\circ$  η κάθε μία.

- Γ2.** Είναι  $DO$  διάμεσος του  $\hat{A\Delta\Gamma}$  και  $AM$  διάμεσος του  $\hat{A\Delta\Gamma}$ , οπότε  $\Theta$  βαρύκεντρο του  $AB\Gamma$ .

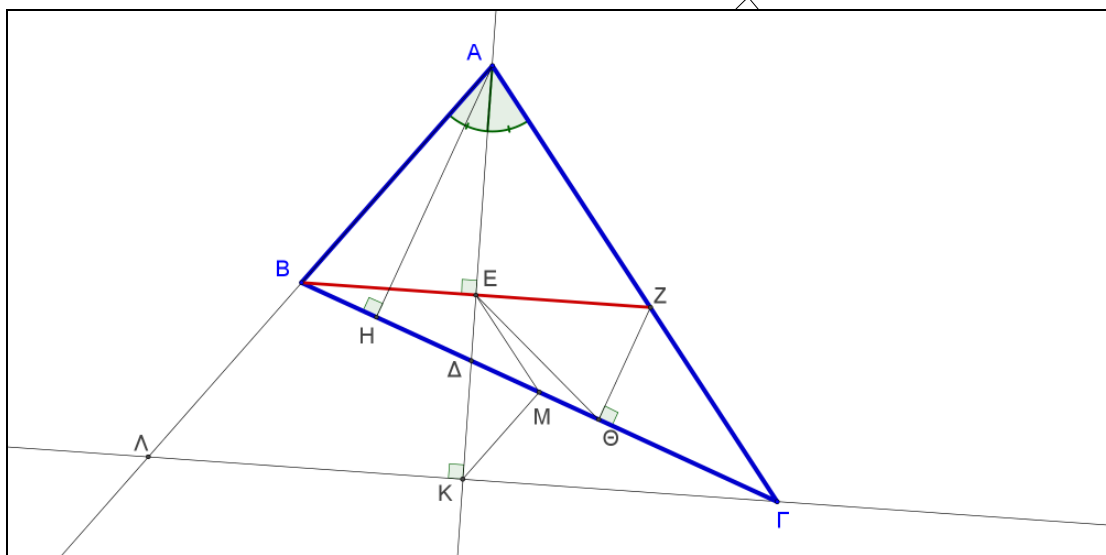
Άρα  $\Delta\Theta = 2 \cdot \Theta O = 2\alpha$ .

και  $\Delta O = 3\Theta O = 3\alpha$  οπότε  $B\Delta = 2\Delta O = 6\alpha = AG$  (διότι οι διαγώνιες ορθογώνιου είναι ίσες).

Όμως  $AD = \frac{1}{2}AG = \frac{1}{2}6\alpha = 3\alpha$ .

- Γ3.** Αφού  $M$  μέσο  $\Delta\Gamma$  και  $N$  μέσο  $\Gamma B$  θα είναι  $MN \parallel B\Delta$  δηλαδή  $BNMA$  τραπέζιο με διάμεσο  $\delta = \frac{B\Delta + MN}{2} = \frac{6\alpha + 3\alpha}{2} = \frac{9\alpha}{2}$  αφού το τμήμα  $MN$  είναι το μισό της  $B\Delta$ .

**ΘΕΜΑ Δ**



- Δ1.** Αφού  $AE$  είναι διχοτόμος και ύψος στο  $\triangle ABZ$  θα είναι  $\triangle ABZ$  ισοσκελές και  $AE$  διάμεσος, δηλαδή  $E$  μέσο του  $BZ$  και  $BE = EZ$ . Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $\triangle Z\Theta B$  η  $\Theta E$  είναι διάμεσος στην υποτείνουσα  $BZ$ , άρα  $E\Theta = \frac{BZ}{2} = BE$ , οπότε το τρίγωνο  $\triangle BE\Theta$  είναι ισοσκελές.
- Δ2.** Το τετράπλευρο  $ABHE$  είναι εγγράφημο αφού η πλευρά  $AB$  φαίνεται από τις κορυφές  $H$  και  $E$  με ίσες γωνίες  $\hat{BHA} = \hat{BEA} = 90^\circ$ .
- Δ3.** Τα τρίγωνα  $\triangle ABZ$  και  $\triangle A\Lambda\Gamma$  είναι ισοσκελή αφού η διχοτόμος της γωνίας  $A$  ταυτίζεται με τα αντίστοιχα ύψη τους. Άρα  $AB = AZ$  και  $A\Lambda = A\Gamma$  οπότε αφαιρώντας τις ισότητες κατά μέλη προκύπτει  $B\Lambda = Z\Gamma$ .
- Δ4.** Τα  $E$  και  $M$  είναι μέσα των πλευρών  $BZ$  και  $B\Gamma$  του τριγώνου  $\triangle BZ\Gamma$  οπότε  $EM \parallel \frac{Z\Gamma}{2}$  και τα  $M$  και  $K$  είναι μέσα των πλευρών  $B\Gamma$  και  $\Lambda\Gamma$  του τριγώνου  $\triangle B\Lambda\Gamma$  οπότε  $MK \parallel \frac{B\Lambda}{2}$ . Αφού  $B\Lambda = Z\Gamma$  θα είναι και  $EM = MK$ , δηλαδή το τρίγωνο  $\triangle EMK$  είναι ισοσκελές και από τις προηγούμενες παραλληλίες έχουμε  $\hat{EM\Delta} = \hat{\Gamma}$  (εντός – εκτός και επί τα αυτά μέρη) και  $\hat{BMK} = \hat{B}$  (εντός εναλλάξ), οπότε  $\hat{EMK} = \hat{\Gamma} + \hat{B} = 180^\circ - \hat{A}$ .