

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δείξτε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου (O, ρ) , που άγονται από σημείο P εκτός αυτού, είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Αν δύο ευθείες, τεμνόμενες από τρίτη ευθεία σχηματίζουν δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές τότε είναι παράλληλες.
- β)** Οι τρεις μεσοκάθετοι ενός τριγώνου διέρχονται υποχρεωτικά από το ίδιο σημείο το οποίο λέγεται περίκεντρο του τριγώνου.
- γ)** Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την επίκεντρη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

Μονάδες 6

A3. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις και να σημειώστε στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση το γράμμα της σωστής απάντησης.

- α)** Για την διάκεντρο δύο τεμνόμενων κύκλων ισχύει:
 - i.** Είναι πάντοτε μεσοκάθετη της κοινής χορδής.
 - ii.** Έχει πάντοτε μεσοκάθετη την κοινή χορδή.
 - iii.** Είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων των κύκλων.
- β)** Ένα τετράπλευρο είναι πάντοτε εγγράψιμο αν:
 - i.** Έχει δύο απέναντι γωνίες ίσες.
 - ii.** Έχει δύο απέναντι γωνίες παραπληρωματικές.

iii. Οι απέναντι πλευρές έχουν σταθερό άθροισμα.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($AB = AΓ$). Στη προέκταση της βάσης $BΓ$ προς το B παίρνουμε τμήμα $BΔ$ και στη προέκταση της ίδιας βάσης προς το $Γ$ παίρνουμε τμήμα $ΓΕ$ ώστε $BΔ = ΓΕ$.

B1. Ναδειχθεί ότι το τρίγωνο $AΔΕ$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 9

B2. Ναδειχθεί ότι οι αποστάσεις $BΖ$ και $ΓΗ$ των κορυφών B και $Γ$ από τις πλευρές $AΔ$ και $AΕ$ αντίστοιχα, είναι ίσες.

Μονάδες 9

B3. Αν οι ευθείες $BΖ$, $ΓΗ$ τέμνονται στο M , ναδειχθεί ότι το τρίγωνο $BΜΓ$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ η διαγώνιος $AΓ$ είναι διπλάσια από την πλευρά $AΔ$. Αν O είναι το κέντρο του ορθογωνίου, M το μέσο της πλευράς $ΓΔ$ και Θ το σημείο τομής των AM και $BΔ$ και $\Theta O \neq \alpha$, όπου α γνωστό τμήμα, τότε:

Γ1. Δείξτε ότι $\Delta AΓ = 60^\circ$ και υπολογίστε τις γωνίες του τριγώνου $AOΔ$.

Μονάδες 9

Γ2. Δείξτε ότι το Θ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου $AΔΓ$ και να υπολογίστε σαν συνάρτηση του α τα τμήματα: $\ThetaΔ$, $AΓ$, $AΔ$.

Μονάδες 8

Γ3. Αν N μέσο της πλευράς $BΓ$ τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο $BNMΔ$ είναι τραπέζιο με διάμεσο ίση με $\frac{9\alpha}{2}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Έστω οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$), $A\Delta$ διχοτόμος της γωνίας \hat{A} και M μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Φέρνουμε την $BE \perp A\Delta$, η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Z και από το Z τη $Z\Theta \perp B\Gamma$ και από το Γ την $\Gamma K \perp A\Delta$, που τέμνει την AB στο Λ .

- Δ1.** Δείξτε ότι το E είναι μέσο της BZ και ότι το τρίγωνο $B\Theta E$ είναι ισοσκελές.
Μονάδες 6
- Δ2.** Αν AH το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο $ABHE$ είναι εγγράψιμο
Μονάδες 6
- Δ3.** Δείξτε ότι $Z\Gamma = B\Lambda$.
Μονάδες 6
- Δ4.** Δείξτε ότι το τρίγωνο EMK είναι ισοσκελές και ότι η γωνία \hat{EMK} είναι παραπληρωματική της γωνίας \hat{A} .
Μονάδες 7

ΕΥΚΛΕΙΔΕΥΣΗ