

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 8 Απριλίου 2017

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Βλέπε σελ. 90.

A2. α) Σ, β) Σ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Λ.

ΘΕΜΑ Β

B1. $\alpha = \sqrt{(4-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

$$\alpha = |4-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}-1|$$

$$\alpha = 4 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$$

$$\alpha = 3$$

Γιατί $4 > \sqrt{2} \Leftrightarrow 4 - \sqrt{2} > 0$ και $\sqrt{2} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 > 0$

$$\beta = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

$$\beta = \sqrt{2(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$$

$$\beta = \sqrt{2(2^2 - \sqrt{2}^2)}$$

$$\beta = \sqrt{2(4-2)}$$

$$\beta = \sqrt{4}$$

$$\beta = 2$$

B2. $x^2 - 3|x| - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow |x|^2 - 3|x| - 4 = 0$$

Θέτω $|x| = y \geq 0$ άρα:

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(α)

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)$$

$$\Delta = 9 + 16$$

$$\Delta = 25 > 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = -1 \text{ απορρίπτεται γιατί } y \geq 0 \end{cases}$$

Οπότε:

$$|x| = 4 \Leftrightarrow \boxed{x_1 = 4} \text{ ή } \boxed{x_2 = -4}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

$$\Delta = [-(\lambda - 2)]^2 - 4\lambda(2 - \lambda)$$

$$\Delta = \lambda^2 - 4\lambda + 4 - 8\lambda + 4\lambda^2$$

$$\boxed{\Delta = 5\lambda^2 - 12\lambda + 4}$$

Γ2. α) Η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες όταν:

$$\Delta \geq 0 \text{ και } \lambda \neq 0$$

$$5\lambda^2 - 12\lambda + 4 \geq 0 \text{ και } \lambda \neq 0$$

Συνεπώς:

$$\Delta_\lambda = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\Delta_\lambda = (-12)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4$$

$$\Delta_\lambda = 144 - 80$$

$$\Delta_\lambda = 64 > 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 5} = \frac{12 \pm 8}{10} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = \frac{2}{5} \end{cases}$$

λ	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	2	$+\infty$	
	+	0	-	0	+

Οπότε, $\lambda \in (-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{2}{5}\right] \cup [2, +\infty)$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(α)

$$\begin{aligned} \beta) \quad & x_1 \cdot x_2 - 3(x_1 + x_2) = 0 \\ & \Leftrightarrow P - 3 \cdot S = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \frac{\gamma}{\alpha} - 3 \left(-\frac{\beta}{\alpha} \right) = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow 2 - \lambda - 3(\lambda - 2) = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow 2 - \lambda - 3\lambda + 6 = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow -4\lambda = -8 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \boxed{\lambda = 2} \end{aligned}$$

Γ3. $y_1 + y_2 = 6$ και $y_1 \cdot y_2 = 5$. Άρα:

$$\begin{aligned} |\kappa| + 2 = 6 & \Leftrightarrow |\kappa| = 4 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 4} \text{ ή } \boxed{\kappa = -4} \\ \text{ή} \\ |\kappa| + 2 = -6 & \Leftrightarrow |\kappa| = -8 \text{ Αδύνατη} \\ \mu - 4 = 5 & \Leftrightarrow \boxed{\mu = 9} \\ \text{ή} \\ \mu - 4 = -5 & \Leftrightarrow \boxed{\mu = -1} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Άρα $x^2 + x - 6 < 0$ και $x^2 + 3x + 2 > 0$.

- $x^2 + x - 6 < 0$

$$\Delta = 1 + 24 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = +2 \end{cases}$$

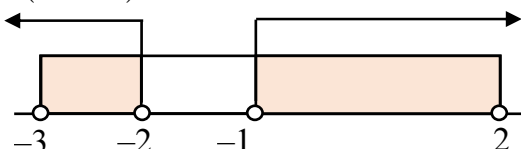
Άρα $x \in (-3, 2)$.

- $x^2 + 3x + 2 > 0$

$$\Delta = 9 - 8 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Άρα $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$.

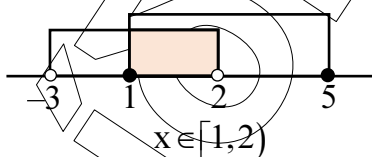


Άρα, οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι $x \in (-3, -2) \cup (-1, 2)$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(α)

- Δ2. α) $x \in (-3, 2) \Leftrightarrow -3 < x < 2 \Leftrightarrow 3 > -x > -2 \Leftrightarrow 3+3 > 3-x > 3-2 \Leftrightarrow 6 > 3-x > 1 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \boxed{1 < 3-x < 6}$
- β) $-1 < \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 2$
 $\Leftrightarrow -1 < \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ και $\sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 2$
- $-1 < \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
 - $\sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} \leq 2 \Leftrightarrow |x-3| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x-3 \leq 2 \Leftrightarrow \boxed{1 \leq x \leq 5}$



- Δ3. α) Πρέπει και αρκεί: $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow |x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3$. Άρα $A_f = (-3, 3)$
- β) $f(2) = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow \frac{2+\alpha}{\sqrt{9-2^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow 5(2+\alpha) = 4\sqrt{5}\sqrt{5} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 10+5\alpha = 4 \cdot 5 \Leftrightarrow 5\alpha = 20-10 \Leftrightarrow \boxed{\alpha=2}$