

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 27 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σε κάθε περίπτωση από τις παρακάτω να βάλετε σε κύκλο το γράμμα (Σ) αν ο ισχυρισμός είναι σωστός ή το γράμμα (Λ) αν ο ισχυρισμός είναι λάθος.

α) Αν οι αριθμοί α, β είναι ομόσημοι, τότε $\alpha \beta < 0$.

Μονάδες 2

β) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

Μονάδες 2

γ) Η ευθεία $y = -x$ είναι διχοτόμος των γωνιών $\chi\hat{O}y$ και $\chi'\hat{O}y'$ των αξόνων.

Μονάδες 2

δ) Αν $A(\alpha, \beta)$ είναι ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, το συμμετρικό του ως προς τον άξονα $\chi'\chi$ είναι το σημείο $\Delta(\alpha, -\beta)$.

Μονάδες 2

ε) Η απόσταση των αριθμών α, β είναι ίση με $|\beta - \alpha|$.

Μονάδες 2

A2. Αν $\alpha, \beta \geq 0$, να αποδείξετε ότι $\sqrt{\alpha} \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta}$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Έστω τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω , του οποίου τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, με $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B') = \frac{2}{3}$ και $P(A - B) = \frac{1}{3}$.

B1. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες $P(B)$ (μονάδες 4) και $P(A \cap B)$ (μονάδες 5).

Μονάδες 9

B2. Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(A \cup B)$.

Μονάδες 8

B3. Αν $P(B) = \frac{1}{3}$ και $N(B) = 40$, να υπολογίσετε το $N(\Omega)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Σε αριθμητική πρόοδο είναι $(\alpha_1 - 1)^3 = 8$ και $\alpha_6 = 13$.

Γ1. Να βρείτε τον πρώτο όρο α_1 (μονάδες 5) και την διαφορά ω της προόδου (μονάδες 4).

Μονάδες 9

Αν $\alpha_1 = 3$ και $\omega = 2$, τότε:

Γ2. Να βρείτε το ελάχιστο πλήθος πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου, που απαιτούνται, ώστε το άθροισμα τους να ξεπερνάει το 440.

Μονάδες 8

Γ3. Αν οι μη μηδενικοί αριθμοί $\alpha_2 - x^2$, $\alpha_3 - x^2$, $\alpha_5 - 2x^2$ με την σειρά αυτή, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, με λόγο $\lambda \neq -1$, να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x και τον λόγο της προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \Delta x + \Delta = 0$ (1), όπου Δ είναι η διακρίνουσά της.

Δ1. Να βρείτε τις τιμές του Δ (μονάδες 5) και το πλήθος των ριζών της (1) (μονάδες 3).

Μονάδες 8

Για $\Delta = 5$, θεωρούμε τις συναρτήσεις

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2(x_1 x_2)x + 5(x_1 + x_2)}, \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1},$$

όπου x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1).

Δ2. α) Να αποδείξετε ότι $g(x) = |x - 5|$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f (μονάδες 3) και να απλοποιήσετε τον τύπο της (μονάδες 4).

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία των C_f και C_g .

Μονάδες 5