

ΤΕΣΤ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

98

Β' Λυκείου
Γεν. Παιδείας
04-09-15

Ον/μο:.....

Υλη: Τριγωνομετρία

Θέμα 1^ο:

A. Να αποδείξετε ότι $\text{csc}^2 \omega = \frac{1}{1 + \varepsilon \varphi^2 \omega}$. (15μον.)

B. Να χαρακτηρίσετε με Σ(Σωστό) ή Λ(Λάθος) τις παρακάτω προτάσεις:

i. $\eta\mu\left(32\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. Σ Λ

ii. Υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε: $|\eta\mu\omega| + |\sigma\upsilon\nu\omega| = 2$. Σ Λ

iii. $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}$. Σ Λ

iv. $\varepsilon\varphi\theta = \frac{1}{\sigma\varphi\theta}$. Σ Λ

v. $\sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Σ Λ

(5x2=10μον.)

Θέμα 2^ο:

Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{\frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}} + \sqrt{\frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}} = \frac{2}{\eta\mu x} \quad \forall x \in (0, \pi)$.

(25μον.)

Θέμα 3^ο:

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu^2 x = \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x$. (12μον.)

ii. $-\sigma\upsilon\nu x - 2\eta\mu^2 x + 1 = 0$. (13μον.)

Θέμα 4^ο:

Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{\sin(30\pi - \theta) \cdot \eta\mu\left(\frac{23\pi}{2} - \theta\right) \cdot \epsilon\varphi(35\pi + \theta)}{\epsilon\varphi\left(\frac{25\pi}{2} + \theta\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) \cdot \epsilon\varphi\theta} . \quad (25\mu\text{ον.})$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

A. Είναι $\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1 \Leftrightarrow$

$$\frac{\eta\mu^2 \omega}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} + \frac{\sigma\upsilon\nu^2 \omega}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} \Leftrightarrow$$

$$\epsilon\phi^2 \omega + 1 = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2 \omega} = \sigma\upsilon\nu^2 \omega$$

B. i. Σ ii. Λ iii. Λ iv. Σ v. Λ

Θέμα 2^ο:

Είναι :

$$\frac{\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x}}{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x}} + \frac{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x}}{\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x}} = \frac{\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x}}{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x}} + \frac{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x}}{\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x}} =$$

$$\frac{(\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x})^2}{(\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x})(\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x})} + \frac{(\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x})^2}{(\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x})(\sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu x})} =$$

$$\frac{1 + \sigma\upsilon\nu x + 1 - \sigma\upsilon\nu x}{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x}} = \frac{2}{\sqrt{\eta\mu^2 x}} = \frac{2}{|\eta\mu x|} \stackrel{x \in (0, \pi)}{=} \frac{2}{\eta\mu x}.$$

Θέμα 3^ο:

i. Έχουμε: $2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu^2 x = \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x \Leftrightarrow 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow$
 $\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x (2\sigma\upsilon\nu x - 1) = 0 \Leftrightarrow \eta\mu x = 0 \text{ ή } \sigma\upsilon\nu x = 0 \text{ ή } \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2}$

Οπότε: $\eta\mu x = 0 \Leftrightarrow x = \kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}.$

ή $\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow x = \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}.$

ή $\sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}.$

ii. Είναι: $-\sin x - 2\eta\mu^2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow -\sin x - 2(1 - \sin^2 x) + 1 = 0 \Leftrightarrow$
 $-\sin x - 2 + 2\sin^2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow$ ^{Θέτουμε $\sin x = \omega$}
 $2\omega^2 - \omega - 1 = 0$. Η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = 9 > 0$.
 Οπότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις τις:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Άρα } \sin x = 1 \text{ ή } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ δηλαδή,}$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

ή

$$\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \sin x = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow$$

$$\sin x = \sin \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Θέμα 4^ο:

$$A = \frac{\sin(30\pi - \theta) \cdot \eta\mu\left(\frac{23\pi}{2} - \theta\right) \cdot \epsilon\phi(35\pi + \theta)}{\epsilon\phi\left(\frac{25\pi}{2} + \theta\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) \cdot \epsilon\phi\theta}$$

$$A = \frac{\sin\theta \cdot (-\sin\theta) \cdot \epsilon\phi\theta}{-\sigma\phi\theta \cdot \sin\theta \cdot \epsilon\phi\theta} = \frac{\sin\theta}{\eta\mu\theta} = \frac{\sin\theta \cdot \eta\mu\theta}{\sin\theta} = \eta\mu\theta.$$