ΤΕΣΤ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

97
Β' Λυκείου
Γεν. Παιδείας
04-09-15

Ον/μο:……………………….

Ύλη: Συστήματα

<u>Θέμα 1ο:</u>

Α. Πότε μία εξίσωση ονομάζεται γραμμική; **(15 μον.)**

Β. Να χαρακτηρίσετε με **(Σ)** Σωστό ή **(Λ)** Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

i. Ένα ομογενές σύστημα έχει άπειρες λύσεις. **Σ Λ**

ii. Αν για το σύστημα $\left.\begin{matrix}\alpha x+\beta y=\gamma \\ \alpha' x+\beta' y=\gamma'\end{matrix}\right\}$ ισχύει ότι $D=0$, τότε το σύστημα είναι αδύνατο . **Σ Λ**

iii. Το σύστημα $\begin{cases} xy=6 \\ x+y=5 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση. **Σ Λ**

iv. Το σύστημα $\begin{cases} x-y=4 \\ 3x-3y=9 \end{cases}$ είναι αδύνατο . **Σ Λ**

v. Αν ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει 2 λύσεις, τότε έχει άπειρο πλήθος λύσεων. **Σ Λ**

(5x2=10μον.)

<u>Θέμα 2ο:</u> Να λύσετε το σύστημα :

$$\left.\begin{matrix} \dfrac{x-2y}{2}-\dfrac{3y-1}{4}=-x+5 \\ 1-2x(y-1)=3x-y(2x-1) \end{matrix}\right\}$$

(25 μον.)

<u>Θέμα 3ο:</u> Να λύσετε το σύστημα:

$$\left.\begin{matrix} 2x-y-3z=2 \\ x+y+2z=1 \\ 3x-z=4 \end{matrix}\right\}$$

(25 μον.)

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

Θέμα 4ο: Δίνεται το σύστημα: $\left.\begin{array}{l} x+(2\lambda-1)y=\lambda \\ \lambda x+y=\lambda \end{array}\right\}$.

Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του λ.

(25 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (Ενδεικτικές)

Θέμα 1^o:

Α. Κάθε εξίσωση της μορφής αx+βy=γ με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ ονομάζεται γαρμμική.

Β. **i.**Λ **ii.**Λ **iii.** Λ **iv.**Σ **v.**Σ

Θέμα 2^o:

Έχουμε :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x-2y}{2}-\frac{3y-1}{4}=-x+5 \\ 1-2x(y-1)=3x-y(2x-1) \end{array}\right\} \overset{\cdot 4}{\Leftrightarrow} \left.\begin{array}{l} 2(x-2y)-(3y-1)=-4x+20 \\ 1-2xy+2x=3x-2xy+y \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x-4y-3y+1=-4x+20 \\ -2xy+2x-3x+2xy-y=-1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 2x-4y-3y+4x=20-1 \\ -x-y=-1 \end{array}\right\} \underset{\cdot(-1)}{\Leftrightarrow}$$

$$\left.\begin{array}{l} 6x-7y=19 \\ x+y=1 \end{array}\right\} \underset{\cdot 7}{\Leftrightarrow} \left.\begin{array}{l} 6x-7y=19 \\ 7x+7y=7 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Leftrightarrow} \left.\begin{array}{l} 13x=26 \\ x+y=1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} x=2 \\ y=-1 \end{array}\right\}$$

Άρα $(x,y)=(2,-1)$.

Θέμα 3^o: Είναι:

$$\begin{cases} 2x-y-3z=2 & (1) \\ x+y+2z=1 & (2) \\ 3x-z=4 & (3) \end{cases}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε: 3x-z=3 (4)

Το σύστημα των (3) και (4) : $\left.\begin{array}{l} 3x-z=3 \\ 3x-z=4 \end{array}\right\}$ είναι αδύνατο. Οπότε και το αρχικό σύστημα είναι αδύνατο.

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

Θέμα 4[ο]:

Έχουμε το σύστημα : $\left.\begin{array}{l} x+(2\lambda-1)y=\lambda \\ \lambda x+y=\lambda \end{array}\right\}.$

Θα βρούμε τις ορίζουσες του συστήματος . Είναι :

$$D=\begin{vmatrix}1 & 2\lambda-1\\ \lambda & 1\end{vmatrix}=1-\lambda(2\lambda-1)=1-2\lambda^2+\lambda=-\left(2\lambda^2-\lambda-1\right)=$$
$$-\left(\lambda^2+\lambda^2-\lambda-1\right)=-\left[\lambda(\lambda-1)+(\lambda-1)(\lambda+1)\right]=-(\lambda-1)(2\lambda+1)$$

$$D_x=\begin{vmatrix}\lambda & 2\lambda-1\\ \lambda & 1\end{vmatrix}=\lambda-\lambda(2\lambda-1)=\lambda-2\lambda^2+\lambda=-2\lambda^2+2\lambda=$$
$$-2\lambda(\lambda-1)$$

$$D_y=\begin{vmatrix}1 & \lambda\\ \lambda & \lambda\end{vmatrix}=\lambda-\lambda^2=\lambda(1-\lambda)$$

* Αν $D\neq 0 \Leftrightarrow -(\lambda-1)(2\lambda+1)\neq 0 \Leftrightarrow \lambda\neq 1$ και $\lambda\neq -\frac{1}{2}$ τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση την :

$$(x,y)=\left(\frac{D_x}{D},\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{-2\lambda(\lambda-1)}{-(\lambda-1)(2\lambda+1)},\frac{\lambda(1-\lambda)}{-(\lambda-1)(2\lambda+1)}\right)=\left(\frac{2\lambda}{2\lambda+1},\frac{\lambda}{2\lambda+1}\right).$$

* Αν $D=0 \Leftrightarrow -(\lambda-1)(2\lambda+1)=0 \Leftrightarrow \lambda=1$ ή $\lambda=-\frac{1}{2}$ τότε:

→ Αν λ=1 το σύστημα γίνεται: $\left.\begin{array}{l} x+y=1 \\ x+y=1 \end{array}\right\}$ δηλαδή έχει άπειρες λύσεις, της μορφής (x,y)=(x, 1-x), $x\in\mathbb{R}$.

→ Αν $\lambda=-\frac{1}{2}$ το σύστημα γίνεται: $\left.\begin{array}{l} x-2y=-\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}x+y=-\frac{1}{2} \end{array}\right\}\underset{\cdot(-4)}{\overset{\cdot 2}{\Leftrightarrow}}\left.\begin{array}{l} 2x-4y=-1 \\ 2x-4y=2 \end{array}\right\},$

δηλαδή το σύστημα είναι αδύνατο.

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ