

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

90

Β' Λυκείου

Θετ-Τεχν Κατ.

26-11-12

Όν/μο:.....

Ύλη: Ευθεία

Θέμα 1^ο:

α. Γράψτε τις εξισώσεις των ευθειών που γνωρίζετε.

β. Βρείτε τη γραμμή στην οποία βρίσκονται τα σημεία

$$A \kappa, \alpha, \quad B \lambda, \alpha, \quad \Gamma \mu, \alpha$$

γ. Τι γωνία (οξεία, αμβλεία, ορθή) σχηματίζει με τον $x'x$ η ευθεία $y = \kappa^2 x + 1, \kappa \neq 0$

δ. Να βρείτε τι παριστάνει η εξίσωση $xy = x$.

ε. Αν $\vec{\delta} = (A, B) \neq \vec{0}$ και $\vec{\nu} = (x, y) \neq \vec{0}$ να βρείτε το είδος της

γραμμής που παριστάνει η εξίσωση $\vec{\delta} \cdot \vec{\nu} + \Gamma = 0$ (μον.50)

Θέμα 2^ο:

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (\mu+1)x + (\mu+2)y = 0$ και $\varepsilon_2: \mu x - (3\mu+2)y + 7 = 0$.

Να βρείτε το μ , ώστε η γωνία των ε_1 και ε_2 να είναι 90° .

(μον.20)

Θέμα 3^ο:

Οι πλανήτες «Όνειρο», «Ελπίδα», «Ζωή» αποτελούν κορυφές ενός «διαστημικού» τριγώνου με συντεταγμένες αντίστοιχα $O(2,3)$, $E(4,1)$, και $Z(5\lambda-1,\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\lambda \neq 1$. Ο πλανήτης «επιτυχία» ικανοποιεί την ισότητα $\vec{OE} = 2\vec{EN}$ (1) όπου N ο πλανήτης «Νίκη» που βρίσκεται στο μέσο της απόστασης των «Ελπίδα» και «Ζωή».

α) Να δείξετε, με τη βοήθεια της σχέσης (1), ότι οι συντεταγμένες

του πλανήτη «Επιτυχία» είναι: $\mathcal{E} \left(\frac{5\lambda+5}{3}, \frac{\lambda+4}{3} \right)$ (μον.10)

β) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο του πλανήτη αυτού. (μον.10)

γ) Τον Ιούνιο του 2014, σ' ένα όμορφο σας ταξίδι, βρίσκεστε στη θέση $\Sigma(5,2)$. Συναντάτε την πορεία της «επιτυχίας»;

(μον.10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Απαντήσεις (Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο

α) 1. $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

6. $x = x_0$

2. $y = \lambda x + \beta$

7. $Ax + By + \Gamma = 0, A \neq 0 \text{ ή } B \neq 0$

3. $y = \lambda x$

4. $y = \beta$

5. $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

β) $y = \alpha$

γ) Επειδή $\kappa^2 > 0$ η γωνία της ευθείας είναι οξεία.

δ) $xy = x \Leftrightarrow xy - x = 0 \Leftrightarrow x(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } y = 1$ άρα η εξίσωση παριστάνει τις δύο αυτές ευθείες.

ε) Είναι $\vec{\delta} \vec{n} + \Gamma = 0 \Leftrightarrow Ax + By + \Gamma = 0, A \neq 0, B \neq 0$ άρα η εξίσωση παριστάνει ευθεία.

Θέμα 2^ο

Για $\mu = -2$ και $\mu = -\frac{2}{3}$ δεν ορίζεται αντίστοιχα ο συντελεστής διεύθυνσεως των ευθειών. Ούτε όταν η μία είναι οριζόντια, η άλλη είναι κατακόρυφη.

Για να είναι λοιπόν κάθετες πρέπει :

$$\lambda_1 \lambda_2 = -1 \text{ δηλ. } \left(-\frac{\mu+1}{\mu+2}\right) \frac{\mu}{3\mu+2} = -1 \Leftrightarrow (\mu+1)\mu = (\mu+2)(3\mu+2) \Leftrightarrow$$

$$\mu^2 + \mu = 3\mu^2 + 8\mu + 4 \Leftrightarrow 2\mu^2 + 7\mu + 4 = 0 \Leftrightarrow \mu = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4}.$$

Θέμα 3^ο

α) Αφού Ν μέσο του ΕΖ είναι $N\left(\frac{5\lambda+3}{2}, \frac{\lambda+1}{2}\right)$

Εστω $\mathcal{E}(x, y)$. Απ' την ισότητα $\overrightarrow{ΟΞ} = 2\overrightarrow{ΞΝ}$, προκύπτει ότι:

$$(x-2, y-3) = 2\left(\frac{5\lambda+3}{2} - x, \frac{\lambda+1}{2} - y\right) = (5\lambda+3-x, \lambda+1-2y) \Leftrightarrow$$

$$x-2 = 5\lambda+3-2x \text{ και } y-3 = \lambda+1-2y \text{ άρα } x = \frac{5\lambda+5}{3}, y = \frac{\lambda+4}{3}$$

$$\text{και } \mathcal{E}\left(\frac{5\lambda+5}{3}, \frac{\lambda+4}{3}\right)$$

β) Αφού $x = \frac{5\lambda+5}{3}, y = \frac{\lambda+4}{3} \Leftrightarrow \lambda = \frac{3x-5}{5}$ και $\lambda = 3y-4$ οπότε:

$$\frac{3x-5}{5} = 3y-4 \Leftrightarrow 3x-5 = 15y-20 \Leftrightarrow 3x-15y+15 = 0 \Leftrightarrow x-5y+5 = 0$$

Η ευθεία αυτή είναι ο γ. τ. του πλανήτη \mathcal{E} .

γ) Το σημείο $\Sigma(5,2)$ επαληθεύει την παραπάνω ευθεία, άρα συναντάμε την πορεία της επιτυχίας.