

**ΤΕΣΤ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ**

89

**Β' Λυκείου**  
**Γεν. Παιδείας**  
**14-10-13**

Ον/μο:.....

Υλη: Τριγωνομετρία

**Θέμα 1<sup>ο</sup>:**

**A.** Τι ονομάζουμε ακτίσιο; (20μον.)

**B.** Να κατασκευάσετε ένα πινακάκι με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ . (10μον.)

**Γ.** Να αποδείξετε ότι  $\text{csc}^2 \omega = \frac{1}{1 + \text{ctg}^2 \omega}$ . (12μον.)

**Δ.** Να χαρακτηρίσετε με **Σ**(Σωστό) ή **Λ**(Λάθος) τις παρακάτω προτάσεις:

**i.** Ο άξονας των ημιτόνων είναι ο  $x'x$ . Σ Λ

**ii.** Ισχύει ότι  $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \text{csc} \frac{\pi}{3}$ . Σ Λ

**iii.** Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι  $\eta\mu A = \eta\mu(B + \Gamma)$ . Σ Λ

**iv.** Υπάρχει γωνία  $\omega$  με  $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$  και  $\text{csc}\omega = \frac{1}{2}$ . Σ Λ

(4x2=8μον.)

**Θέμα 2<sup>ο</sup>:**

**A.** Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\sqrt{2}\text{csc}x - 1}{\eta\mu x + \text{csc}x} = \frac{\text{csc}x - \eta\mu x}{\sqrt{2}\text{csc}x + 1}$ . (15μον.)

**B.** Αν  $\eta\mu x + \text{csc}x = \sqrt{2}$ , να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

**i.**  $\eta\mu x \cdot \text{csc}x$  (7μον.)

**ii.**  $\text{ctg}x + \text{sc}x$  (7μον.)

**Γ. i.** Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$\frac{\text{ctg}(\pi - x) \cdot \text{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \text{csc}(5\pi - x)}{\text{sc}(6\pi - x) \cdot \text{csc}(-x) \cdot \eta\mu\left(\frac{21\pi}{2} + x\right)}$$

(12μον.)

**ii.** Να δείξετε ότι:  $\eta\mu^2 32^\circ + \eta\mu^2 49^\circ + \eta\mu^2 58^\circ + \eta\mu^2 41^\circ = 2$ . (9μον.)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (Ενδεικτικές)**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>:**

**A.** Ακτίσιο (ή 1 rad ) είναι γωνία η οποία , όταν γίνει επίκεντρη σε έναν κύκλο , βαίνει σε τόξο που έχει μήκος όσο μια ακτίνα .

**B.**

Γωνία ω		Τριγωνομετρικοί αριθμοί			
μοίρες	rad	ημω	συνω	εφω	σφω
0°	0	0	1	0	-
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	-	0

**Γ.** Είναι  $\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1 \Leftrightarrow$

$$\frac{\eta\mu^2 \omega}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} + \frac{\sigma\upsilon\nu^2 \omega}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} \Leftrightarrow$$

$$\epsilon\phi^2 \omega + 1 = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 \omega} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2 \omega} = \sigma\upsilon\nu^2 \omega$$

**Δ. i. Λ    ii. Σ    iii. Σ    iv. Λ**

**Θέμα 2<sup>ο</sup>:**

A. Είναι :  $\frac{\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x - 1}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}{\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1} \Leftrightarrow$

$$\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x - 1 \cdot \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x + 1 = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x (\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x^2 - 1 = \sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu^2 x \Leftrightarrow$$

$$2\sigma\upsilon\nu^2 x - 1 - \sigma\upsilon\nu^2 x + \eta\mu^2 x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu^2 x + \eta\mu^2 x = 1 \text{ που ισχύει.}$$

B. i. Γνωρίζουμε ότι :  $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x^2 = 2 \Leftrightarrow$

$$\eta\mu^2 x + 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 2 \Leftrightarrow 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + 1 = 2 \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = 1 \Leftrightarrow \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2}$$

ii. Έχουμε :  $\epsilon\phi x + \sigma\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} \stackrel{(i)}{=} 2$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Γ. i. Είναι :  $\frac{\epsilon\phi(\pi - x) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(5\pi - x)}{\sigma\phi(6\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \eta\mu\left(\frac{21\pi}{2} + x\right)} =$

$$\frac{-\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x \cdot (-\sigma\upsilon\nu x)}{-\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} = -\frac{\epsilon\phi x}{\sigma\upsilon\nu x} = -\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} = -\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

ii. Έχουμε :  $\eta\mu^2 32^\circ + \eta\mu^2 49^\circ + \eta\mu^2 58^\circ + \eta\mu^2 41^\circ =$   
 $\eta\mu^2 32^\circ + \eta\mu^2 49^\circ + \eta\mu(90^\circ - 32^\circ) + \eta\mu^2 90^\circ - 49^\circ =$   
 $\eta\mu^2 32^\circ + \eta\mu^2 49^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 32^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 49^\circ =$   
 $\underbrace{\eta\mu^2 32^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 32^\circ}_1 + \underbrace{\eta\mu^2 32^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 49^\circ}_1 =$   
2

ΕΦΚΛΙΔΗΣ