ΤΕΣΤ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ **83**

Β' Λυκείου

Ον/μο:………………………. **Γεν. Παιδείας**

Ύλη: Ιδιότητες Συναρτήσεων **23/10/2012**

Θέμα 1^{o}:

Α. Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως αύξουσα ; **(12 μον.)**

Β. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο στο x_0 ; **(13 μον.)**

Γ. Πότε μια συνάρτηση λέγεται άρτια ; **(13 μον.)**

Δ. Να χαρακτηρίσετε με **(Σ)** αν είναι **Σ**ωστές **ή Λ** αν είναι **Λ**ανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις :

i. Η συνάρτηση $f(x)=\alpha x+\beta$, με α<0 είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$. **Σ Λ**

ii. Η συνάρτηση $f(x)=3x^4+1$, παρουσιάζει ελάχιστο για x=0 το 1. **Σ Λ**

iii. Η συνάρτηση $f(x)=x^2$ με $x\in[-2,+\infty)$ είναι άρτια συνάρτηση. **Σ Λ**

iv. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη και διέρχεται από τα σημεία Α(-2,3) και Β(2,7) τότε είναι γνησίως αύξουσα . **Σ Λ**

(4x3μον=12μον.)

Θέμα 2^{o}:

Α. Να εξετάσετε ως προς την μονοτονία την

$$f(x)=2-\frac{4}{(x+1)^2},\quad x>-1$$ **(10 μον.)**

Β. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης

$$f(x)=\frac{1}{|x+2|+4}-3$$ **(10 μον.)**

Γ. Να βρείτε αν οι συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές

i. $f(x)=\sqrt{x+4}$

ii. $f(x)=x^7-6x^5$ **(2x10μον=20μον.)**

Δ. Δίνεται η συνάρτηση $g(x)=3x^2$. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της g κατά 2 μονάδες δεξιά και 1 μονάδα προς τα πάνω .

(10 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (Ενδεικτικές)

Θέμα 1ο:

Α. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της , όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1<x_2$ ισχύει : $f(x_1)<f(x_2)$.

Β. Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο Α , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο όταν : $f(x) \le f(x_0)$, για κάθε $x \in A$.

Γ. Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο Α , θα λέγεται άρτια , όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει : $-x \in A$ και $f(-x)=f(x)$.

Δ. i. Λ **ii.** Σ **iii.** Λ **iv.** Σ

Θέμα 2ο:

Α. $f(x)=2-\dfrac{4}{(x+1)^2}, \quad x>-1$

Έστω $x_1, x_2 \in (-1,+\infty)$ με $x_1<x_2$. Τότε :

$$x_1<x_2 \Leftrightarrow x_1+1<x_2+1 \Leftrightarrow (x_1+1)^2<(x_2+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{(x_1+1)^2}>\frac{1}{(x_2+1)^2} \Leftrightarrow -\frac{4}{(x_1+1)^2}<-\frac{4}{(x_2+1)^2} \Leftrightarrow$$

$$2-\frac{4}{(x_1+1)^2}<2-\frac{4}{(x_2+1)^2} \Leftrightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα .

Β. $f(x)=\dfrac{1}{|x+2|+4}-3$

Είναι $A_f=\mathbb{R}$.Έστω $x \in A_f$.Τότε :

$$|x+2| \ge 0 \Leftrightarrow |x+2|+4 \ge 4 \Leftrightarrow \frac{1}{|x+2|+4} \le \frac{1}{4} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{|x+2|+4}-3 \le \frac{1}{4}-3 \Leftrightarrow f(x) \le -\frac{11}{4}$$

Άρα η f παρουσιάζει μέγιστο το $-\frac{9}{4}$ για x=-2

Γ. i. $f(x)=\sqrt{x+4}, \quad A_f=[-4,+\infty)$

Έστω $x \in A_f$ τότε $-x \notin A_f$.Οπότε δεν έχει νόημα να αναζητήσουμε αν είναι άρτια ή περιττή συνάρτηση .

ii. $f(x)=x^7-6x^5, \quad A_f=\mathbb{R}$

Έστω $x \in A_f$ **,** τότε $-x \in A_f$ οπότε έχουμε :

$$f(-x)=(-x)^7-6(-x)^5=-x^7+6x^5=-(x^7-6x^5)=-f(x)$$

Δ. Είναι $f(x)=g(x-2)+1=3(x-2)^2+1=$

$3(x^2-4x+4)+1=3x^2-12x+12+1=3x^2-12x+13$