

ΤΕΣΤ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Ον/μο:.....

Ύλη: Κεφαλαίο 3^ο :Πρόοδος

Β' Λυκείου

Γεν. Παιδείας

28-02-12

Θέμα 1^ο:

- α. Τι λέγεται αριθμητική πρόοδος ; (10 μον.)
 β. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των πρώτων n όρων μίας

γεωμετρικής προόδου (a_n) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι $S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$ (15 μον.)

Θέμα 2^ο:

Να χαρακτηρίσετε με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος στις παρακάτω προτάσεις

α. Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ Σ Λ

β. Το άθροισμα των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (a_n) με διαφορά ω είναι : $S_n = \frac{n}{2}(\alpha_1 + a_n)$ Σ Λ

γ. Η ακολουθία (a_n) είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά ω , αν και μόνο αν ισχύει : $a_{n+1} = a_n + \omega$ Σ Λ

δ. Το άθροισμα των άπειρων όρων μίας γεωμετρικής προόδου που έχει πρώτο όρο a_1 και λόγο λ με $|\lambda| < 1$ είναι $S = \frac{a_1}{1 - \lambda}$ Σ Λ

ε. Ο $n^{\text{ος}}$ όρος μίας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω είναι $a_n = a_1 + (n - 1)\omega$ Σ Λ

(5x5=25 μον.)

Θέμα 3^ο:

α. Να παραστήσετε γραφικά τους τρεις πρώτους όρους της ακολουθίας $a_n = (-2)^n + 1$. (15 μον.)

β. Σε μία αριθμητική πρόοδο ο 3^{ος} όρος είναι 2 και ο 7^{ος} όρος -10. Να βρείτε τον 11^ο όρο. (20 μον.)

γ. Να υπολογίσετε το άθροισμα $1 + (-3) + 9 + \dots + 729$. (15 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ)

Θέμα 1^ο:

α. Μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος , αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενό του με πρόσθεση του ίδιου πάντοτε αριθμού .

β. Έστω $S_n = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ δηλαδή

$$S_n = \alpha_1 + \lambda\alpha_1 + \lambda^2\alpha_1 + \dots + \lambda^{n-2}\alpha_1 + \lambda^{n-1}\alpha_1 \quad (1)$$

πολλαπλασιάζουμε τα μέλη της (1) με το λόγο λ και έχουμε :

$$\lambda S_n - S_n = \lambda^n \alpha_1 - \alpha_1 \quad \text{ή}$$

$$(\lambda - 1)S_n = \alpha_1(\lambda^n - 1)$$

Άρα , αφού $\lambda \neq 1$ έχουμε ότι : $S_n = \alpha_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$

Θέμα 2^ο:

α.Λ β.Σ γ.Λ δ.Σ ε.Σ

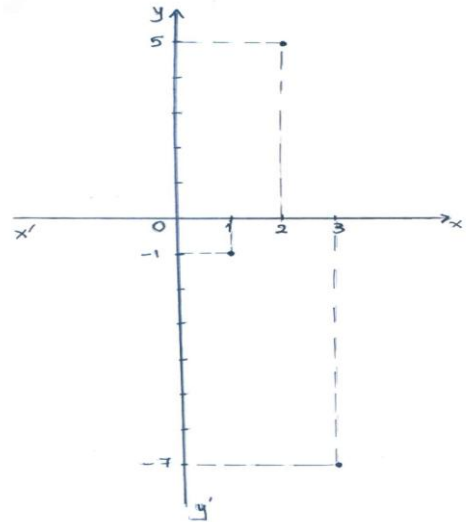
Θέμα 3^ο:

α. Έχουμε ότι $\alpha_n = (-2)^n + 1$. Άρα

$$\alpha_1 = (-2)^1 + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$\alpha_2 = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\alpha_3 = (-2)^3 + 1 = -8 + 1 = -7$$



β. Έχουμε ότι $\alpha_3 = 2$ και $\alpha_7 = -10$.Για να βρούμε τον 11^ο όρο θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο $\alpha_n = \alpha_1 + (n - 1)\omega$. Αρκεί λοιπόν να βρούμε τον α_1 και τη διαφορά ω .

$$\left. \begin{matrix} \alpha_3 = 2 \\ \alpha_7 = -10 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} \alpha_1 + 2\omega = 2 \\ \alpha_1 + 6\omega = -10 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(-1)} \left. \begin{matrix} \alpha_1 + 2\omega = 2 \\ -\alpha_1 - 6\omega = 10 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(+)} \left. \begin{matrix} -4\omega = 12 \\ \alpha_1 + 2\omega = 2 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\left(\begin{matrix} \omega = -3 \\ \alpha_1 = 8 \end{matrix} \right)$$

$$\text{Άρα } \alpha_{11} = \alpha_1 + 10\omega = 8 + 10 \cdot (-3) = 8 - 30 = -22$$

γ. $1+(-3)+9+\dots+729$

Παρατηρούμε ότι το παραπάνω άθροισμα , είναι άθροισμα όρων γεωμετρικής προόδου .Άρα θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο

$$S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1} .\text{Αρκεί λοιπόν να βρούμε } a_1 , \lambda , n .$$

Είναι $a_1 = 1$

$$\lambda = \frac{-3}{1} = -3$$

Επίσης : $a_n = a_1 \cdot \lambda^{n-1} \Leftrightarrow 729 = 1 \cdot (-3)^{n-1} \Leftrightarrow (-3)^6 = (-3)^{n-1} \Leftrightarrow$

$$n-1=6 \Leftrightarrow n=7$$

$$\text{άρα } S_7 = 1 \cdot \frac{(-3)^7 - 1}{(-3) - 1} = \frac{-2187 - 1}{-4} = \frac{-2188}{-4} = 547$$