

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

7

Ον/μο:.....
 Ύλη: Στατιστική

Γ' Λυκείου(Ε.Π.Α.Λ)
 16-10-13

Θέμα 1^ο:

- A. Ποια είναι τα μέτρα θέσης και ποια τα μέτρα διασποράς ; (6 μον.)
- B. Έστω ένα δείγμα μεγέθους n με παρατηρήσεις t_1, t_2, \dots, t_n .
 Πως ορίζεται η μέση τιμή των παρατηρήσεων ; (6 μον.)
- Γ. Σε ποιες κατηγορίες διακρίνονται οι μεταβλητές ; (8 μον.)
- Δ. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- i. Η διάμεσος είναι ένα μέτρο διασποράς . Σ Λ
- ii. Το χρώμα των ματιών είναι ποιοτική μεταβλητή. Σ Λ
- iii. Το εύρος είναι η διαφορά της μεγαλύτερης από τη μικρότερη τιμή ενός δείγματος . Σ Λ
- iv. Αν $CV=10\%$ τότε ο πληθυσμός είναι ομοιογενής . Σ Λ
- v. Σε ομαδοποιημένα δεδομένα μπορούμε να βρούμε την επικρατούσα τιμή από το πολύγωνο σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων . Σ Λ
- (5x1=5 μον.)

Θέμα 2^ο:

Οι βαθμοί ενός φοιτητή ΤΕΙ στην εξεταστική του Ιουνίου σε 8 μαθήματα ήταν : 9 ,5 ,4 ,3 ,10, 8 ,4 ,5 .

- A. Να βρείτε τη διάμεσο , τη μέση τιμή και την επικρατούσα τιμή των βαθμών . (9 μον.)
- B. Να βρείτε το εύρος , τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των βαθμών . (9 μον.)
- Γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές . (7 μον.)

Θέμα 3^ο:

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας :

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$
4		11	
5		19	
6		26	
7		35	
8		40	
9		50	
Άθροισμα			

- A. Να συμπληρώσετε τον πίνακα . (7 μον.)
- B. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή , τη διάμεσο και τη μέση τιμή . (9 μον.)
- Γ. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων. (9 μον.)

Θέμα 4^ο:

Στις αρχές Ιουνίου βρέθηκαν σε μια κατασκήνωση 20 άτομα με μέσο όρο ηλικίας 26 έτη.

- A. Ποιο είναι το άθροισμα των ηλικιών τους ; (5 μον.)
- B. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα .

Ηλικίες [-)	Κέντρα K_i	v_i	$v_i K_i$
5-15		4	
15-25			100
25-35			
35-45		5	
Άθροισμα			

- Γ. Ποια είναι η επικρατούσα ηλικία τους , ποια η διάμεσος και ποια η μέση τιμή της ηλικίας του ; (9 μον.)
- Δ. Αν έλθουν 5 ακόμη άτομα με μέση ηλικία 36 έτη , ποια είναι η νέα μέση ηλικία όλων των κατασκηνοτών ; (4 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Απαντήσεις (ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

A. Τα μέτρα θέσης είναι η μέση τιμή (ή μέσος όρος) \bar{x} , η επικρατούσα τιμή και η διάμεσος δ . Τα μέτρα διασποράς είναι το εύρος, η διακύμανση s^2 και η τυπική απόκλιση s .

B. Η μέση τιμή ορίζεται ως εξής :

$$\bar{x} = \frac{\text{άθροισμα παρατηρήσεων}}{\text{μέγεθος πληθυσμού}} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_v}{v} = \frac{\sum t_i}{v}$$

Γ. Οι μεταβλητές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις ποσοτικές και τις ποιοτικές. Ποσοτικές είναι οι μεταβλητές που οι τιμές τους είναι αριθμοί. Ποιοτικές είναι οι μεταβλητές που οι τιμές τους δεν είναι αριθμοί. Επιπλέον οι ποσοτικές διακρίνονται σε συνεχείς και διακριτές. Οι συνεχείς είναι αυτές που παίρνουν πολλές διαφορετικές τιμές, ενώ διακριτές αυτές που παίρνουν λίγες και διακεκριμένες διαφορετικές τιμές.

A. i. Λ ii. Σ iii. Λ iv. Λ v. Λ

Θέμα 2^ο:

A. Διατάσσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά και έχουμε :

3, 4, 4, 5, 5, 8, 9, 10

Τότε εφόσον $n=8$ (άρτιος) η διάμεσος θα είναι το ημίαθροισμα

των 2 μεσαίων παρατηρήσεων δηλαδή $\delta = \frac{5+5}{2}$ άρα $\delta=5$

Για τη μέση τιμή έχουμε : $\bar{x} = \frac{\sum t_i}{v} = \frac{3+4+4+5+5+8+9+10}{8} =$

$$= \frac{48}{8} = 6 \text{ άρα } \bar{x} = 6$$

Επικρατούσες τιμές είναι το 4 και το 5 γιατί έχουν τη μεγαλύτερη συχνότητα.

Β. Για το εύρος έχουμε : Εύρος=μεγαλύτερη τιμή-μικρότερη τιμή=
=10-3=7

Για τη διακύμανση :

$$s^2 = \frac{\sum(\bar{x} - t_i)^2}{v} = \frac{(6-3)^2 + (6-4)^2 + (6-4)^2 + (6-5)^2 + (6-5)^2 + (6-8)^2 + (6-9)^2 + (6-10)^2}{8}$$

$$= \frac{9+4+4+1+1+4+9+16}{8} = \frac{48}{8} = 6$$

δηλαδή $s^2 = 6$

Η τυπική απόκλιση είναι $s = \sqrt{s^2}$ άρα $s = \sqrt{6}$

Γ. Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Έστω ότι το δείγμα είναι ομοιογενές τότε :

$$CV < \frac{10}{100} \Leftrightarrow CV < \frac{1}{10} \Leftrightarrow CV^2 < \frac{1}{100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^2 < \frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{6}{36} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow 600 < 36 \text{ άτοπο}$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές .

Θέμα 3^ο:

Α.

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
4	11	11	22	44
5	8	19	16	40
6	7	26	14	42
7	9	35	18	63
8	5	40	10	40
9	10	50	20	90
Άθροισμα	50	-	100	319

$$\begin{aligned} \text{Είναι } v_1 = N_1 = 11, \quad v = 50 \quad , \quad v_2 = N_2 - N_1 = 19 - 11 = 8 \\ v_3 = N_3 - N_2 = 26 - 19 = 7, \quad v_4 = N_4 - N_3 = 35 - 26 = 9, \\ v_5 = N_5 - N_4 = 40 - 35 = 5, \quad v_6 = v - N_5 = 50 - 40 = 10 \end{aligned}$$

Ο μαγικός αριθμός είναι $\mu=2$. Οπότε συμπληρώνουμε και τη στήλη των σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$.

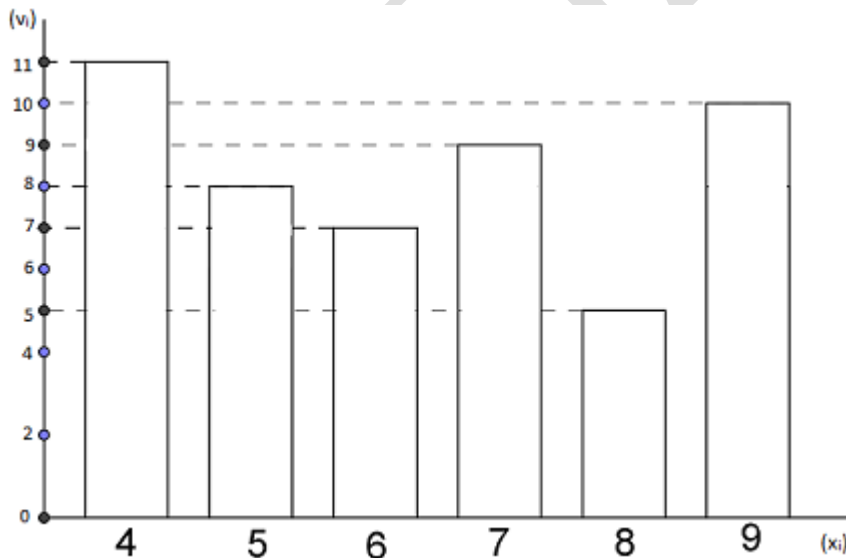
Β. Επικρατούσα τιμή είναι η $x_1 = 4$ γιατί έχει μεγαλύτερη συχνότητα.

$$\text{Για τη διάμεσο έχουμε: } v=50 \text{ (άρτιος) άρα } \delta = \frac{25^{\text{η}} + 26^{\text{η}}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6$$

Για τη μέση τιμή φτιάχνουμε τη στήλη $x_i v_i$ οπότε :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{319}{50} = 6,38$$

Γ. Το ραβδόγραμμα συχνοτήτων είναι :



Θέμα 4^ο:

Α. Είναι $\bar{x} = \frac{\sum k_i v_i}{v} \Leftrightarrow 26 = \frac{\sum k_i v_i}{20} \Leftrightarrow \sum k_i v_i = 520$

Άρα το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 520.

Β.

Ηλικίες [-)	Κέντρα K_i	v_i	$v_i K_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
5-15	10	4	40	20	20
15-25	20	5	100	25	45
25-35	30	6	180	30	75
35-45	40	5	200	25	100
Άθροισμα	-	20	520	100	-

$$v = 20, \quad k_1 v_1 = 4 \cdot 10 = 40, \quad k_2 \cdot v_2 = 100 \Leftrightarrow 20v_2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$v_2 = \frac{100}{20} = 5$$

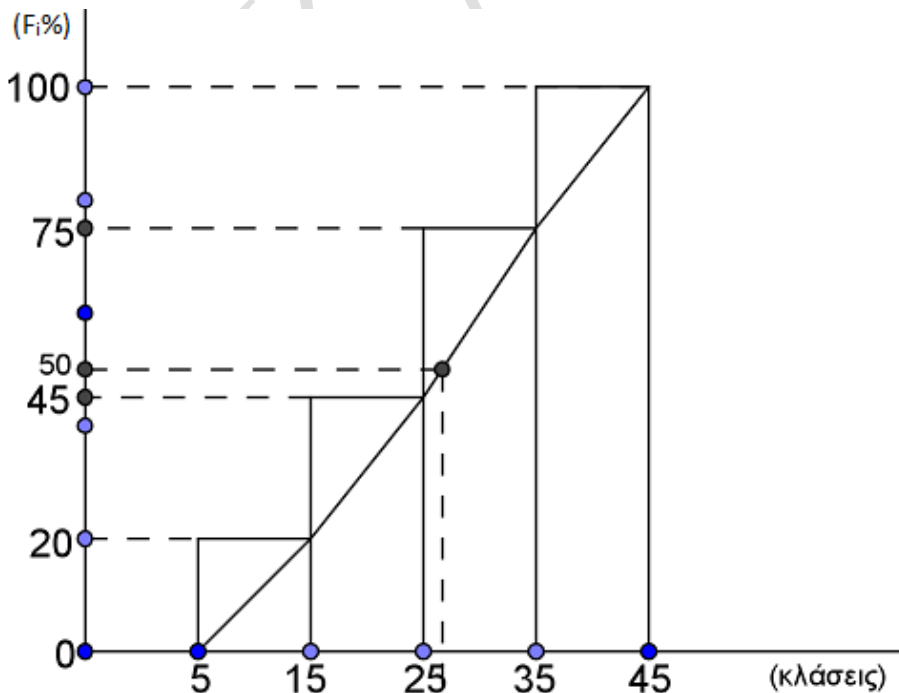
$$v_4 k_4 = 40 \cdot 5 = 200, \quad v_3 k_3 = 520 - (40 + 100 + 200) = 180,$$

$$v_3 k_3 = 180 \Leftrightarrow 30 \cdot v_3 = 180 \Leftrightarrow v_3 = \frac{180}{30} = 6$$

Γ. Επικρατούσα κλάση είναι η $[25,35)$ και οι διπλανές κλάσεις

έχουν την ίδια συχνότητα, άρα επικρατούσα τιμή είναι το κέντρο της επικρατούσας κλάσης, δηλαδή το 30.

Για τη διάμεσο συμπληρώνουμε της στήλες $f_i\%$, $F_i\%$ και κατασκευάζουμε το πολύγωνο σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.



Η διάμεσος είναι $\delta \approx 27$.

$$\text{Η μέση τιμή είναι } \bar{x} = \frac{\sum k_i v_i}{v} = \frac{520}{20} = 26$$

Δ. Αν έρθουν 5 ακόμη άτομα με ηλικία 36 , το άθροισμα των

$$\text{ηλικιών τους θα είναι : } \bar{x}' = \frac{\sum' x_i v_i}{v'} \Leftrightarrow \sum' x_i v_i = 5 \cdot 36 = 180$$

$$\text{Τότε η νέα μέση τιμή θα είναι } \bar{x} = \frac{180 + 520}{5 + 20} = \frac{700}{25} = 28$$

ΕΥΚΚΛΕΙΔΗΣ