ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ 30

Ον/μο:……………….. Α΄ Λυκείου

Ύλη: Κεφάλαιο 2^{o}:Τα βασικά γεωμετρικά σχήματα. 09/10/12

Θέμα 1^{o} :

Να αποδείξετε ότι το μέσο ενός τόξου είναι μοναδικό . Ποια μέθοδο απόδειξης χρησιμοποιήσατε και γιατί; **(30 μον.)**

Θέμα 2^{o}:

Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες . **(20 μον.)**

Θέμα 3^{o}:

Σε κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας ρ , θεωρούμε τα διαδοχικά τόξα $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{B\Gamma}$, $\overset{\frown}{\Gamma\Delta}$ με άθροισμα μικρότερο από δύο ορθές . Αν Μ ,Ν τα μέσα των $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{\Gamma\Delta}$ αντίστοιχα , να αποδείξετε ότι $\overset{\frown}{MN} = \dfrac{\overset{\frown}{A\Delta} + \overset{\frown}{B\Gamma}}{2}$

(25 μον.)

Θέμα 4^{o}:

Η συμπληρωματική μιας γωνίας ω είναι μικρότερη κατά 200° από το διπλάσια της παραπληρωματικής γωνίας της ω .Να υπολογίσετε την ω , την συμπληρωματική της και την παραπληρωματική της .

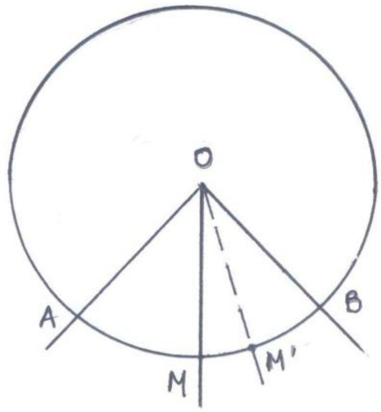
(25 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

www.efklidis.edu.gr Τρίκαλα τηλ.-fax(24310-36733)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

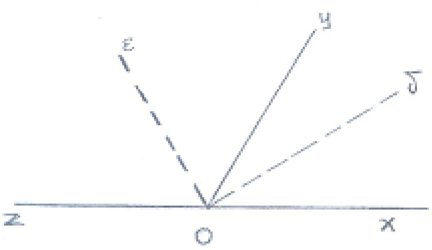
Θέμα 1ο



Έστω $\overset{\frown}{AB}$ τόξο κύκλου , κέντρου Ο , και το Μ μέσο του .Επειδή $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{MB}$, οι επίκεντρες γωνίες $A\hat{O}M$ και $M\hat{O}B$ είναι ίσες και επομένως η ΟΜ είναι διχοτόμος της $A\hat{O}B$.Αν υποθέσουμε ότι το τόξο $\overset{\frown}{AB}$ έχει και δεύτερο μέσο , το Μ΄ , τότε η ΟΜ΄ είναι διχοτόμος της $A\hat{O}B$, που είναι άτοπο γιατί η διχοτόμος μιας γωνίας είναι μοναδική .

Η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε είναι η απαγωγή σε άτοπο .Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για να δείξουμε μοναδικότητα ή άρνηση .Υποθέτουμε ότι το συμπέρασμα δεν είναι ακριβές και καταλήγουμε σε «άτοπο» , δηλαδή ερχόμαστε σε αντίφαση με την υπόθεση ή άλλη γνωστή πρόταση .

Θέμα 2ο:



Έστω $x\hat{O}y$ και $y\hat{O}z$ δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες και Οδ, Οε αντίστοιχα οι διχοτόμοι τους, θα δείξουμε ότι $O\delta \perp O\varepsilon$ δηλαδή ότι $\delta\hat{O}\varepsilon = 1\llcorner$

Είναι: $x\hat{O}y + y\hat{O}z = 2\llcorner$ άρα

$$x\hat{O}\delta + \delta\hat{O}y + y\hat{O}\varepsilon + \varepsilon\hat{O}z = 2\llcorner$$ δηλ.

$$2\delta\hat{O}y + 2y\hat{O}\varepsilon = 2\llcorner$$

$$2(\delta\hat{O}y + y\hat{O}\varepsilon) = 2\llcorner$$

$\delta\hat{O}y + y\hat{O}\varepsilon = 1\llcorner$ άρα

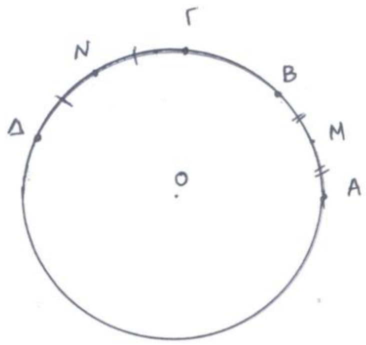
$\delta\hat{O}\varepsilon = 1\llcorner$.

Θέμα 3ο:

Είναι : $\left.\begin{array}{l} \overset{\frown}{A\Delta} = \overset{\frown}{AM} + \overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{N\Delta} \\ \overset{\frown}{B\Gamma} = \overset{\frown}{MN} - \overset{\frown}{BM} - \overset{\frown}{\Gamma N} \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Leftrightarrow}$

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{B\Gamma} = \overset{\frown}{AM} + \overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{N\Delta} + \overset{\frown}{MN} - \overset{\frown}{BM} - \overset{\frown}{\Gamma N} \underset{\Gamma N = \Delta N}{\overset{AM=MB}{\Leftrightarrow}}$$

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{B\Gamma} = 2\overset{\frown}{MN} \Leftrightarrow \overset{\frown}{MN} = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{B\Gamma}}{2}$$



Θέμα 4ο:

Αν ω η γωνία τότε η παραπληρωματική της θα είναι $180^\circ - \omega$ και η συμπληρωματική της $90^\circ - \omega$.Άρα έχουμε :

$$90^\circ - \omega = 2(180^\circ - \omega) - 200^\circ \Leftrightarrow$$

$$90^\circ - \omega = 360^\circ - 2\omega - 200^\circ \Leftrightarrow \omega = 360^\circ - 200^\circ \text{-} 90^\circ \Leftrightarrow \omega = 70^\circ$$

Επομένως , η ζητούμενη γωνία είναι $\hat{\omega} = 70^\circ$, η συμπληρωματική της θα είναι $90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ και η παραπληρωματική της $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$