

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Όν/μο:.....

Α' Λυκείου

Ύλη: Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>: Τα βασικά γεωμετρικά σχήματα

14-10-11

1. Να περιγράψετε τη μέθοδο της «απαγωγής σε άτοπο».

(Μονάδες 10)

2. Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες.

(Μονάδες 30)

3. Αν Μ είναι το μέσο τμήματος ΑΒ και Ο σημείο του ΜΑ να αποδείξετε ότι  $OM = \frac{OB - OA}{2}$ .

(Μονάδες 30)

4. Η συμπληρωματική μίας γωνίας  $\omega$  είναι ίση με τα  $\frac{2}{3}$  της ορθής γωνίας. Να βρεθεί η παραπληρωματική της.

(Μονάδες 30)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. Η μέθοδος της «απαγωγής σε άτοπο» είναι μία μέθοδος απόδειξης, η οποία χρησιμοποιείται ως εξής:

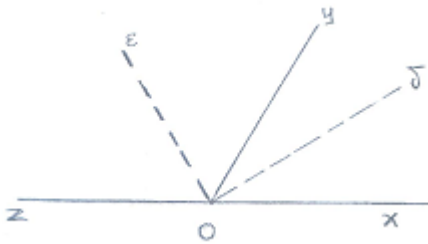
Έστω ότι έχουμε να αποδείξουμε την εξής πρόταση:

«Αν ισχύει το A να δείξετε το B».

Τότε υποθέτουμε ότι δεν ισχύει το B και καταλήγουμε στο ότι δεν ισχύει το A. Αυτό δεν μπορεί να συμβεί γιατί το A είναι η αρχική μας υπόθεση. Άρα αυτό που αρχικά υποθέσαμε είναι λάθος. Δηλαδή, λάθος υποθέσαμε ότι δεν ισχύει το B. Άρα τελικά το B ισχύει.

Με λίγα λόγια στη μέθοδο αυτή, υποθέτουμε ότι το συμπέρασμα δεν είναι ακριβές και καταλήγουμε σε «άτοπο», δηλαδή ερχόμαστε σε αντίφαση με την υπόθεση ή άλλη γνωστή πρόταση.

2.



Έστω  $x\hat{O}y$  και  $y\hat{O}z$  δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες και  $O\delta$ ,  $O\epsilon$  αντίστοιχα οι διχοτόμοι τους, θα δείξουμε ότι  $O\delta \perp O\epsilon$  δηλαδή ότι

$$\delta\hat{O}\epsilon = 1L$$

Είναι:  $x\hat{O}y + y\hat{O}z = 2L$  άρα

$$x\hat{O}\delta + \delta\hat{O}y + y\hat{O}\epsilon + \epsilon\hat{O}z = 2L \text{ δηλ.}$$

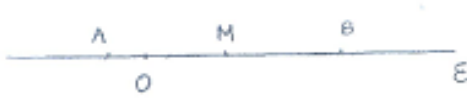
$$2\delta\hat{O}y + 2y\hat{O}\epsilon = 2L$$

$$2(\delta\hat{O}y + y\hat{O}\epsilon) = 2L$$

$$\delta\hat{O}y + y\hat{O}\epsilon = 1L \text{ άρα}$$

$$\delta\hat{O}\epsilon = 1L.$$

3.



$$\begin{array}{l} \Upsilon \\ \hline \Sigma \end{array} \left\{ \begin{array}{l} AM = MB \\ OM = \frac{OB - OA}{2} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} OB = OM + MB \\ OA = AM - OM \end{array} \right\} \begin{array}{l} (-) \\ (+) \end{array} \Rightarrow OB - OA = OM + MB - AM + OM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow OB - OA = 2OM \Rightarrow OM = \frac{OB - OA}{2}$$

4. Έστω  $\omega$  η γωνία. Τότε η συμπληρωματική της θα είναι  $90^\circ - \omega$ . Άρα

$$90^\circ - \hat{\omega} = \frac{2}{3} \cdot 90^\circ \Leftrightarrow -\hat{\omega} = \frac{180^\circ}{3} - 90^\circ \Leftrightarrow -\hat{\omega} = 60^\circ - 90^\circ \Leftrightarrow \hat{\omega} = 30^\circ.$$

Άρα η παραπληρωματική της είναι  $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ .