

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

95

Όν/μο:.....

Α΄ Λυκείου

Ύλη: Ταυτότητες-Παραγοντοποίηση

22-10-2015

ΘΕΜΑ Α

A1. Να κυκλώσετε το Σ ή το Λ στις προτάσεις:

1. Αν $\alpha^2 = \alpha \cdot \beta$ τότε $\alpha = \beta$. Σ Λ
2. Το γινόμενο $\alpha \cdot \beta$ δύο άρρητων αριθμών είναι άρρητος αριθμός. Σ Λ
3. $(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = 0$. Σ Λ
4. Η παράσταση $A = \frac{x+2}{x^2-x} + \frac{x-1}{x^2-4}$ ορίζεται όταν $x \neq 0, 1, -2, 2$. Σ Λ
5. Για κάθε $\alpha > 0$ ισχύει πάντα $\alpha^2 > \alpha$. Σ Λ
(μον.25)

A2.

1. Αν $(-3)^v = 81$ βρείτε τον v , $v \in \mathbb{N}$.
2. Συμπληρώστε το κενό στην ισότητα $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \dots$
3. Συμπληρώστε το κενό στην ισότητα $\alpha^3 - \beta^3 = \dots$
4. Συμπληρώστε το κενό στην ισότητα $\alpha^3 + \beta^3 = \dots$
5. Συμπληρώστε τα κενά: $(\dots + \frac{1}{2}x)^2 = \dots + 3xy + \dots$

(μον.25)

ΘΕΜΑ Β

B1. Αν n φυσικός αριθμός να δείξετε ότι ο αριθμός $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ διαιρείται με το 7.

B2. α) Να δείξετε ότι $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = \left(\frac{999}{1000} + \frac{1000}{999} \right)^2 - \left(\frac{999}{1000} - \frac{1000}{999} \right)^2$$

B3. Να γίνει γινόμενο παραγόντων η παράσταση: $K = x^7 + 8x^4 - x^3 - 8$.

B4. Αν $\alpha + \beta = -2$ και $\alpha\beta = -3$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$K = \alpha^2 + \beta^2 \quad \text{και} \quad \Lambda = \alpha^3 + \beta^3.$$

B5. Βρείτε τους x, y, ω αν $4x^2 + y^2 + \omega^2 - 4x + 2y + 2 = 0$.

(μον.50)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Απαντήσεις (ενδεικτικές)

A1. 1Λ, 2Λ, 3Σ, 4Σ, 5Λ

A2.

1. $(-3)^v = 81 \Leftrightarrow (-3)^v = (-3)^4 \Leftrightarrow v = 4.$

2. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta.$

3. $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

4. $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

5. $(3y + \frac{1}{2}x)^2 = 9y^2 + 3xy + \frac{1}{4}x^2$

ΘΕΜΑ Β

B1.Είναι: $2^v + 2^{v+1} + 2^{v+2} = 2^v + 2^v \cdot 2 + 2^v \cdot 2^2 = 2^v(1 + 2 + 2^2) = 7 \cdot 2^v$
 άρα ο αριθμός $2^v + 2^{v+1} + 2^{v+2}$ διαιρείται με το 7.

B2.α) $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta + \alpha - \beta)(\alpha + \beta - \alpha + \beta) = 2\alpha \cdot 2\beta = 4\alpha\beta.$

β) Σύμφωνα με το α) ερώτημα και για $\alpha = \frac{999}{1000}$ και $\beta = \frac{1000}{999}$ είναι:

$$K = \left(\frac{999}{1000} + \frac{1000}{999} \right)^2 - \left(\frac{999}{1000} - \frac{1000}{999} \right)^2 = 4 \frac{999}{1000} \cdot \frac{1000}{999} = 4$$

B3. $K = x^7 + 8x^4 - x^3 - 8 = (x^7 - x^3) + (8x^4 - 8) = x^3(x^4 - 1) + 8(x^4 - 1) =$
 $= (x^4 - 1)(x^3 + 8) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x + 2)(x^2 - 2x + 4) =$
 $= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x + 2)(x^2 - 2x + 4).$

B4. $K = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2)^2 - 2(-3) = 4 + 6 = 10$

$$\Lambda = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = (\alpha + \beta)[(\alpha^2 + \beta^2) - \alpha\beta] =$$

$$= (-2)[10 - (-2)] = (-2)(12) = -24 .$$

B5.

$$4x^2 + y^2 + \omega^2 - 4x + 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow (4x^2 - 4x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + \omega^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1)^2 + (y + 1)^2 + \omega^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)^2 = 0 \text{ και } (y + 1)^2 = 0 \text{ και } \omega^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \text{ και } y + 1 = 0 \text{ και } \omega = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ και } y = -1 \text{ και } \omega = 0$$