ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

84

Ον/μο:……………….. **Α΄ Λυκείου**

Ύλη: Δυνάμεις-Ταυτότητες-Παραγοντοποίηση **24-10-13**

1. Να γίνουν μία δύναμη οι παραστάσεις :

Α. $3^4 : 3^{-2}$ **Β.** $4^2 \cdot 3^4$ **Γ.** $-4^{60} \cdot -1{,}25^{40}$ **(Μον.15)**

2. Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

- $\alpha+\beta \cdot \alpha^2-\alpha\beta+\beta^2 = ...$
- $\alpha^3-\beta^3 = ...$
- $\alpha-\beta-\gamma^{2} = ...$ **(Μον.15)**

3. α) Αν α+β+γ=0 να δείξετε ότι $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma$

β) Αν $A=x-y$, $B=y-z$, $\Gamma=z-x$ να γίνει γινόμενο η παράσταση $A^3+B^3+\Gamma^3$. **(Μον.20)**

4. α) Να γίνει γινόμενο πρώτων παραγόντων η παράσταση :

$A=x^7+8x^4-x^3-8$ **(Μον.15)**

β) Για ποιες τιμές του x μηδενίζεται η παράσταση Α ; **(Μον.15)**

5. Να αποδείξετε ότι $\left(\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}\right):\left(\frac{x^2}{x-y}-y\right)=1$ **(Μον.20)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (Ενδεικτικές)

1. Α. $3^4 : 3^{-2} = 3^{4-(-2)} = 3^6$

Β. $4^2 \cdot 3^4 = (2^2)^2 \cdot 3^4 = 2^4 \cdot 3^4 = (2\cdot 3)^4 = 6^4$

Γ. $(-4)^{60} \cdot (-1,25)^{40} = 4^{60} \cdot 1,25^{40} = (2^2)^{60} \cdot \left(\frac{125}{100}\right)^{40} = 2^{120} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{40} =$

$= 2^{120} \cdot \frac{5^{40}}{(2^2)^{40}} = \frac{2^{120}}{2^{80}} \cdot 5^{40} = 2^{40} \cdot 5^{40} = (2-5)^{40} = 10^{40}$

2. • $(\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = \alpha^3 + \beta^3$

• $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

• $(\alpha - \beta - \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta + 2\beta\gamma - 2\alpha\gamma$

3. α) Έχουμε $\alpha + \beta + \gamma = 0$ άρα α+β=-γ (1) οπότε

$(\alpha+\beta)^3 = (-\gamma)^3 \Leftrightarrow \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 = -\gamma^3 \Leftrightarrow$

$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 \Leftrightarrow \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -3\alpha\beta(\alpha+\beta) \overset{(1)}{\Leftrightarrow}$

$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -3\alpha\beta(-\gamma)$ άρα $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$

β) Παρατηρούμε ότι $A + B + \Gamma = x - y + y - z + z - x = 0$

Σύμφωνα με το α) ερώτημα επομένως είναι :

$A^3 + B^3 + \Gamma^3 = 3AB\Gamma = 3(x-y)(y-z)(z-x)$

4. α) $A = x^7 + 8x^4 - x^3 - 8 = x^4(x^3+8) - (x^3+8) = (x^3+8)(x^4-1) =$

$= (x+2)(x^2 - 2x + 4)(x^2+1)(x-1)(x+1)$.

β) Η παράσταση Α μηδενίζεται για $x = -2$, $x = 1$, $x = -1$.

Το τριώνυμο $x^2 - 2x + 4$ έχει $\Delta = (-2)^2 - 4\cdot 1 \cdot 4 = -12 < 0$

άρα δεν μηδενίζεται. Και $x^2 + 1 > 0$.

5. Είναι : $\dfrac{x^3+y^3}{x^2-y^2}:\left(\dfrac{x^2}{x-y}-y\right)=\dfrac{x^3+y^3}{x^2-y^2}:\dfrac{x^2-xy+y^2}{x-y}=$

$$=\frac{x+y\ (x^2-xy+y^2)}{x-y\ (x+y)}\cdot\frac{x-y}{x^2-xy+y^2}=1$$