

ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

83

Όν/μο:.....

Α΄ Λυκείου

Ύλη: Ανισώσεις

19-02-13

Θέμα 1^ο:

Να γράψετε τις μορφές ανισώσεων που μάθαμε να λύνουμε στο κεφάλαιο «Ανισώσεις» .

(Μον.20)

Θέμα 2^ο:

Να λύσετε τις ανισώσεις :

1. $d(x, 2) - \frac{|x-2|-4}{15} > 1 - \frac{|4-2x|}{5}$

2. $-x^2 + 6x - 8 > 0$

3. $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} > 1$

(Μον.60)

Θέμα 3^ο:

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ανίσωση

$$\lambda + 2x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0, \lambda \neq -2 \text{ αληθεύει για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

(Μον.20)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ)

Θέμα 1^ο:

1. Ανισώσεις 1^{ου} βαθμού .
2. Ανισώσεις με απόλυτες τιμές .
3. Ανισώσεις 2^{ου} βαθμού .
4. Ανισώσεις γινόμενο –Ανισώσεις Πηλίκο .

Θέμα 2^ο:

1. Η ανίσωση γράφεται :

$$|x-2| - \frac{|x-2|-4}{15} > 1 - \frac{2|x-2|}{5} \Leftrightarrow 15|x-2| - |x-2| + 4 > 15 - 6|x-2| \Leftrightarrow$$

$$15|x-2| - |x-2| + 6|x-2| > 15 - 4 \Leftrightarrow 20|x-2| > 11 \Leftrightarrow |x-2| > \frac{11}{20} \Leftrightarrow$$

$$x-2 < -\frac{11}{20} \text{ ή } x-2 > \frac{11}{20} \Leftrightarrow x < 2 - \frac{11}{20} \text{ ή } x > 2 + \frac{11}{20} \Leftrightarrow$$

$$x < \frac{29}{20} \text{ ή } x > \frac{51}{20}$$

2. Το τριώνυμο έχει $\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8) = 36 - 32 = 4$ και ρίζες

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm 2}{-2} \quad \begin{matrix} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{matrix}$$

Το θέλουμε θετικό, δηλ. ετερόσημο του $a=-1$. Αυτό συμβαίνει όταν το x βρίσκεται μεταξύ των ριζών. Άρα $2 < x < 4$.

3. Η ανίσωση $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} > 1$ γράφεται :

$$\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} - 1 > 0 \quad x \neq 0 \text{ και } x \neq -1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x - (x+1) - x(x+1)}{x(x+1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - x - 1 - x^2 - x}{x(x+1)} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-x^2 - 1}{x(x+1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x(x+1)} < 0 \text{ και επειδή}$$

$$x^2 + 1 > 0 \text{ προκύπτει ότι } x(x+1) < 0 \Leftrightarrow \overset{\text{ετερ}}{-1 < x < 0}$$

Θέμα 3^ο:

Επειδή $\lambda \neq -2$, το πρώτο μέλος της ανίσωσης είναι τριώνυμο με

$$\Delta = (-2\lambda)^2 - 4(\lambda + 2) \cdot 3\lambda = 4\lambda^2 - 12\lambda^2 - 24\lambda = -8\lambda^2 - 24\lambda = -8\lambda(\lambda + 3)$$

Θέλουμε η ανίσωση να αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$, δηλ. το τριώνυμο να διατηρεί αρνητικό πρόσημο. Πρέπει λοιπόν να είναι :

$$\begin{array}{l} \Delta < 0 \\ \alpha < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -8\lambda(\lambda + 3) < 0 \\ \lambda + 2 < 0 \end{array} \begin{array}{l} \text{ομόσ} \\ \Rightarrow \end{array} \begin{array}{l} \lambda < -3 \text{ ή } \lambda > 0 \\ \lambda < -2 \end{array} \quad \text{άρα } \lambda < -3$$

ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΔΗΣ