ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

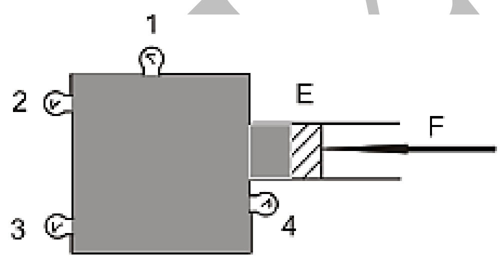
Ον/μο:......................... **Γ΄Λυκείου**

Ύλη: Κύματα-Doppler-Ρευστά **29-1-2017**

Θέμα 1ο:

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1) Το δοχείο του σχήματος είναι γεμάτο με υγρό και κλείνεται με έμβολο Ε στο οποίο ασκείται δύναμη *F*.



Όλα τα μανόμετρα 1, 2, 3, 4 δείχνουν πάντα:

α) την ίδια πίεση, όταν το δοχείο είναι εντός του πεδίου βαρύτητας.

β) την ίδια πίεση, όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας.

γ) διαφορετική πίεση, αν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας.

δ) την ίδια πίεση, ανεξάρτητα από το αν το δοχείο είναι εντός ή εκτός του πεδίου βαρύτητας. **(Μονάδες 5)**

2) Όταν συμβαίνει φαινόμενο Doppler:

α) Μεταβάλλεται η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή των κυμάτων.

β) Ο παρατηρητής και η ηχητική πηγή κινούνται με την ίδια ταχύτητα.

γ) Η απόσταση μεταξύ παρατηρητή και πηγής αλλάζουν.

δ) Η απόσταση μεταξύ παρατηρητή και πηγής ήχου παραμένει σταθερή.

(Μονάδες 5)

3) Πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_S και μήκους κύματος λ_S πλησιάζει προς ακίνητο παρατηρητή με ταχύτητα U_S. Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο με μήκος κύματος λ_A που είναι ίσο με:

α) $\lambda_A = \lambda_S - U_S T_S$ **β)** $\lambda_A = \lambda_S + U_S T_S$

γ) $\lambda_A = \lambda_S - U_S f_S$ **δ)** $\lambda_A = \lambda_S + U_S f_S$

(Μονάδες 5)

4) Σε ένα οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής ρέει ιδανικό ρευστό με συνεχή και στρωτή ροή. Όταν:

α) αυξάνεται το εμβαδόν διατομής του σωλήνα η ταχύτητα ροής του ρευστού αυξάνεται και η πίεση μειώνεται.

β) αυξάνεται το εμβαδόν διατομής του σωλήνα η ταχύτητα ροής του ρευστού και η πίεση μειώνονται.

γ) μειώνεται το εμβαδόν διατομής του σωλήνα η ταχύτητα ροής του ρευστού αυξάνεται και η πίεση μειώνεται.

δ) μειώνεται το εμβαδόν διατομής του σωλήνα η ταχύτητα ροής του ρευστού και η πίεση αυξάνονται.

(Μονάδες 5)

5) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).

α) Το στάσιμο κύμα δεν είναι κύμα, αλλά μία ιδιόμορφη ταλάντωση του μέσου.

β) Κατά τη δημιουργία ενός στάσιμου κύματος σε ένα ελαστικό μέσο υπάρχουν σημεία που παραμένουν διαρκώς ακίνητα και ονομάζονται κοιλίες.

γ) Σε ένα ελαστικό μέσο στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία που ταλαντώνονται φτάνουν ταυτόχρονα στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσής τους.

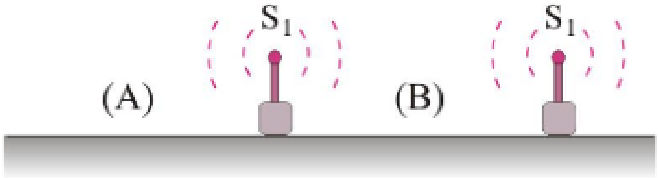
δ) Σύγχρονες ονομάζονται δύο πηγές κυμάτων όταν κάθε χρονική στιγμή η φάση της ταλάντωσής τους είναι η ίδια.

ε) Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων με το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα που διαδίδονται ταυτόχρονα στο ίδιο ελαστικό μέσο προς την ίδια κατεύθυνση.

(Μονάδες 5)

<u>Θέμα 2ο:</u>

1) Οι ακίνητες ηχητικές πηγές S_1 και S_2 του σχήματος εκπέμπουν κύματα σταθερής συχνότητας f_S. Ένας παρατηρητής κινείται με σταθερή ταχύτητα U_A κατά μήκος της ευθείας των πηγών και με κατεύθυνση προς τα δεξιά. Όταν βρίσκεται στο χώρο (Β), δηλαδή μεταξύ των πηγών, αντιλαμβάνεται λόγο συχνοτήτων f_1 / f_2 = 9 / 11 όπου f_1 και f_2 οι συχνότητες που αντιλαμβάνεται από τις πηγές S_1 και S_2 αντίστοιχα. Αν $U_{ηχ}$ είναι η ταχύτητα του ήχου στον ακίνητο αέρα, ο παρατηρητής κινείται με ταχύτητα:



α) $U_A = U_{ηχ} / 9$ **β)** $U_A = U_{ηχ} / 11$ **γ)** $U_A = U_{ηχ} / 10$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 2)**
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 4)**

2) Μια χορδή μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα χ'χ και έχει τα δύο άκρα της ακλόνητα στερεωμένα. Στη χορδή έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με μήκος κύματος $\lambda = L/4$.

Α. Ο αριθμός των κοιλιών που εμφανίζονται στη χορδή είναι ίσος με:

α) 7 **β)** 8 **γ)** 9

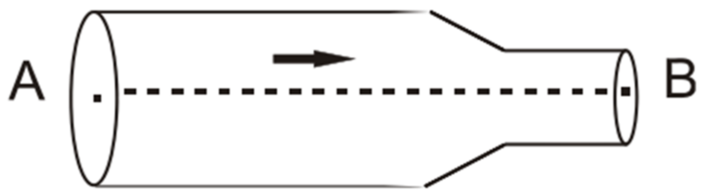
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 2)**
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 4)**

Β. Για να εμφανίζονται στη χορδή 6 κοιλίες θα πρέπει η συχνότητα του στάσιμου κύματος να μειωθεί κατά:

α) 20% **β)** 25% **γ)** 30%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 2)**
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 5)**

3) Στον οριζόντιο σωλήνα, του σχήματος, ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό έχει στρωτή ροή από το σημείο Α προς το σημείο Β.



Η διατομή A_A του σωλήνα στη θέση Α είναι διπλάσια από τη διατομή A_B του σωλήνα στη θέση Β. Η κινητική ενέργεια ανά

μονάδα όγκου στο σημείο Α έχει τιμή ίση με Λ. Η διαφορά της πίεσης ανάμεσα στα σημεία Α και Β είναι ίση με

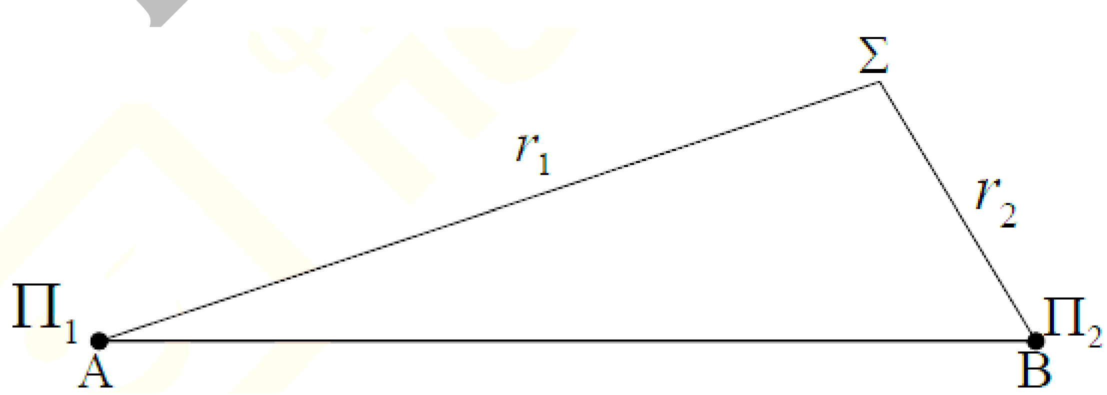
α) $\frac{3\Lambda}{4}$ **β)** 3Λ **γ)** 2Λ

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση **(Μονάδες 2)**

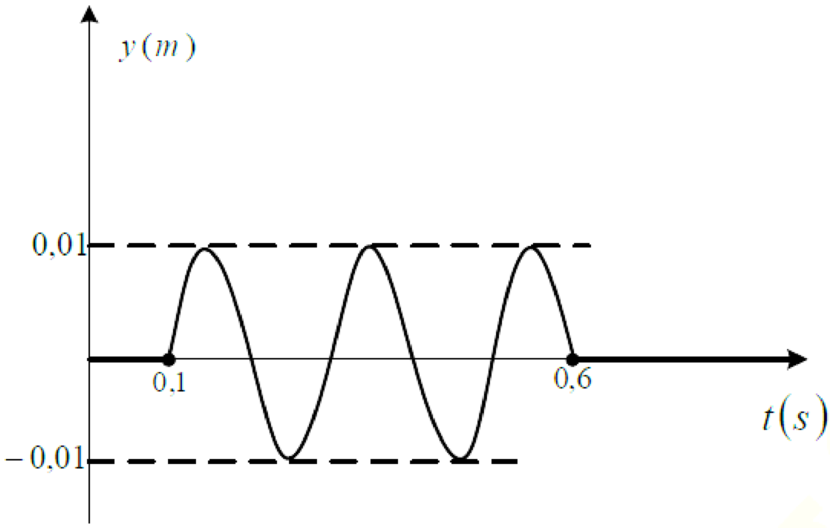
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 4)**

<u>Θέμα 3ο:</u>

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση d = 2,5m και βρίσκονται στα σημεία Α και Β της ελεύθερης επιφάνειας ενός υγρού. Οι δύο πηγές εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής: ψ = Αημωt και δημιουργούν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα U = 2m/s. Ένα υλικό σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα, με $r_1 > r_2$.



Στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος παριστάνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις δύο πηγές και να εξηγήσετε γιατί το σημείο Σ είναι σημείο αποσβετικής συμβολής. **(Μονάδες 5)**

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του, από τη στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται μέχρι τη χρονική στιγμή που τα δύο κύματα συμβάλλουν στο σημείο αυτό. **(Μονάδες 5)**

γ) i. Να υπολογίσετε τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ που, λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων, ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος. **(Μονάδες 6)**

ii. Να δείξετε ότι η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας δύο διαδοχικών σημείων αποσβεστικής συμβολής που ανήκουν πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ που ενώνει τις δύο πηγές είναι ίση με 0,2m. **(Μονάδες 5)**

δ) Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα με τον οποία πρέπει να ταλαντώνονται οι δύο πηγές, ώστε να παραμένουν σύγχρονες, και το σημείο Σ να γίνει σημείο ενισχυτικής συμβολής. **(Μονάδες 4)**

Θέμα 4ο:

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα x'Ox. Τη χρονική στιγμή t = 0 το υλικό σημείο Ο (x =0) που βρίσκεται στην αρχή του άξονα αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών στο στιγμιότυπο του κύματος είναι ίση με 2m. Οι χρονικές εξισώσεις των απομακρύνσεων δύο υλικών σημείων του ελαστικού μέσου Κ($\chi_K > 0$) και Λ($\chi_\Lambda < 0$) είναι αντίστοιχα:

$\psi_K = 0{,}2\eta\mu(10\pi t + 2\pi)$ (S.I.) και $\psi_\Lambda = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 4\pi)$ (S.I.)

α) Να εξετάσετε αν το κύμα διαδίδεται από το σημείο Κ προς το σημείο Λ ή αντίστροφα και να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του.

(Μονάδες 3)

β) i.Να γράψετε την εξίσωση του κύματος. **(Μονάδες 4)**

ii. Να υπολογίσετε την απόσταση (ΚΛ) μεταξύ των θέσεων ισορροπίας των σημείων Κ και Λ. **(Μονάδες 3)**

γ) i. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}4$s μεταξύ των σημείων Κ και Λ και να βρείτε τον αριθμό των σημείων που τη χρονική στιγμή t_1 διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους κινούμενα προς τα πάνω. **(Μονάδες 4)**

ii. Να σχεδιάσετε στο ίδιο διάγραμμα τις φάσεις των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 1$s. **(Μονάδες 4)**

δ) i. Να υπολογίσετε το πηλίκο του αριθμού των ταλαντώσεων N_K / N_Λ που έχουν εκτελέσει τα σημεία Κ και Λ από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη χρονική στιγμή $t_3 = 2{,}4$s. **(Μονάδες 3)**

ii. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου Κ τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το Λ διέρχεται από μία θέση θετικής απομάκρυνσης με ταχύτητα μέτρου U = π m/s. **(Μονάδες 4)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Θέμα 1^{ο}:

1) β **2)** γ **3)** α **4)** γ **5)** **α)** Σ, **β)** Λ, **γ)** Σ, **δ)** Σ, **ε)** Λ

Θέμα 2^{ο}:

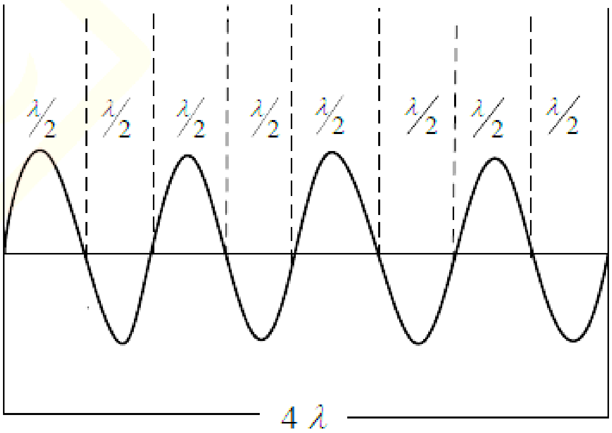
1) Σωστό το γ

Όταν ο παρατηρητής βρίσκεται στο χώρο (Β) πλησιάζει την πηγή S_2 και αντιλαμβάνεται συχνότητα f_2 ενώ απομακρύνεται από την S_1 και αντιλαμβάνεται συχνότητα f_1. Επομένως

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{f_S \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}}}{f_S \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi}}} \Rightarrow \frac{9}{11} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A} \Rightarrow \upsilon_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}$$

2) Α. Σωστό το β

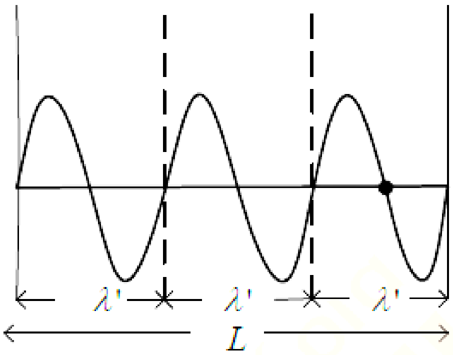
Η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας δύο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$.



Αφού το μήκος της χορδής είναι $L = 4\lambda$ τότε, όπως φαίνεται από το παραπάνω στιγμιότυπο ο αριθμός των κοιλιών που σχηματίζονται στη χορδή είναι ίσος με 8.

Β. Σωστό το β

Έστω λ' το νέο μήκος κύματος του στάσιμου κύματος



Όπως φαίνεται από το παραπάνω στιγμιότυπο, για να σχηματίζονται στην χορδή 6 κοιλίες θα πρέπει να ισχύει: $L = 3\lambda'$ ή $4\lambda = 3\lambda'$ ή $4\frac{\upsilon}{f} = 3\frac{\upsilon}{f'}$ ή $f' = \frac{3}{4}f$.

Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$\pi = \frac{|f'-f|}{f} \cdot 100\%$ ή $\pi = \frac{\left|\frac{3}{4}f-f\right|}{f} 100\%$ ή $\pi = 25\%$

3) Σωστό το β

Από την εξίσωση του Bernoulli ανάμεσα στα σημεία Α και Β έχουμε:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \quad \text{ή} \quad p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 \quad (1).$$

Από την εξίσωση της συνέχειας ανάμεσα στα Α και Β έχουμε:

$$A_A\upsilon_A = A_B\upsilon_B \rightarrow 2\upsilon_A = \upsilon_B \quad (2)$$

Η σχέση (1) λόγω της σχέσης (2) γράφεται:

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho 4\upsilon_A^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 \quad \text{ή} \quad p_A - p_B = 3\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 \quad \text{ή} \quad p_A - p_B = 3\Lambda.$$

<u>Θέμα 3ο:</u>

α) **Όπως φαίνεται από το διάγραμμα το σημείο Σ ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0,1s$, κατά την οποία φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2. Συνεπώς ισχύει:**

$t = \frac{r_2}{\upsilon}$ ή $r_2 = \upsilon t$ ή $r_2 = 0,2m.$

Από το ίδιο διάγραμμα φαίνεται ότι τα κύματα συμβάλλουν στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή $t = 0,6s$. Συνεπώς ισχύει:

$t' = \frac{r_1}{\upsilon}$ ή $r_1 = \upsilon t'$ ή $r_1 = 1,2m.$

Επειδή το σημείο Σ παύει να ταλαντώνεται από τη χρονική στιγμή t' και μετά είναι σημείο αποσβεστικής συμβολής.

β) **Το σημείο Σ ταλαντώνεται από τη χρονική στιγμή t = 0,1s έως τη χρονική στιγμή $t' = 0,6s$ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_2. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι $A = 0,01m$ και ότι $2,5T = 0,5s$ ή $T = 0,2s$. Το μήκος των δύο κυμάτων υπολογίζεται από την σχέση: $\lambda = \upsilon T$ ή $\lambda = 0,4m$ Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου Σ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_2 δίνεται από τη σχέση:**

$y = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)\right]$ ή $y = 0,01\eta\mu\left[2\pi\left(5t - \frac{1}{2}\right)\right]\ (S.I.)$

γ) **i. Έστω ένα τυχαίο σημείο Θ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, στο οποίο τα δύο κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά. Αν οι αποστάσεις του σημείου Θ από τις πηγές Π_1 και Π_2 είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:**

$x_1 - x_2 = N\lambda$, με $N = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ (1)

Επειδή το σημείο Θ ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, ισχύει:

$x_1 + x_2 = d$ (2)

Με πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (3) προκύπτει:

$2x_1 = d + N\lambda$ ή $x_1 = \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2}$ (3)

Για να βρούμε τον αριθμό των σημείων ενισχυτικής συμβολής που βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, λύνουμε την ανίσωση:

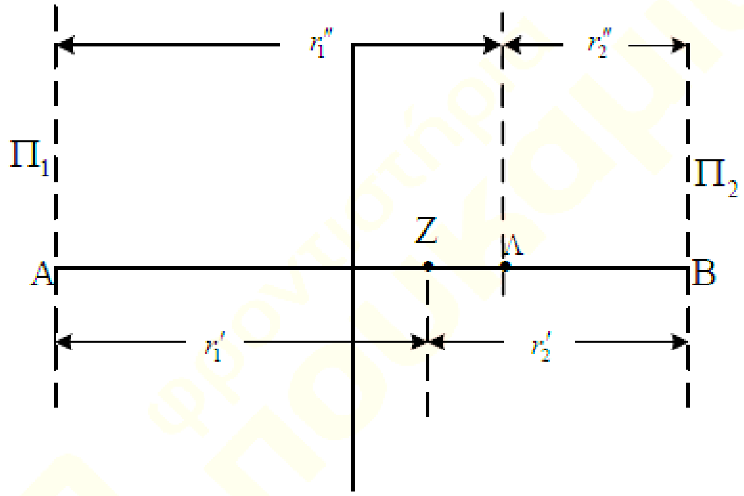
$0 \leq x_1 \leq d$ ή $0 \leq \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2} \leq 2$ ή $-\frac{d}{2} \leq \frac{N\lambda}{2} \leq \frac{d}{2}$ ή

$-\frac{d}{\lambda} \leq N \leq \frac{d}{\lambda}$ ή $-6,25 \leq N \leq 6,25$ ή

$N = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6.$

Επομένως, πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ υπάρχουν 13 σημεία ενισχυτικής συμβολής.

ii. Έστω δύο τυχαία σημεία Ζ και Λ που βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και είναι διαδοχικά σημεία αποσβεστικής συμβολής, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Έστω r_1'καιr_2' οιαποστάσεις του σημείου Ζ από τις πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα. Ισχύει:

$r_1' - r_2' = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ (1).

Έστω r_1''και r_2'' οι αποστάσεις του σημείου Λ από τις πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα. Επειδή το σημείο Λ είναι το επόμενο σημείο αποσβεστικής συμβολής δεξιά του σημείου Ζ, όπως φαίνεται στο σχήμα για την υπερβολή αποσβεστικής συμβολής που διέρχεται από το σημείο αυτό, ισχύει: $N' = N + 1$. Συνεπώς, ισχύει:

$r_1'' - r_2'' = (2N'+1)\frac{\lambda}{2}$ ή $r_1'' - r_2'' = [2(N+1)+1]\frac{\lambda}{2}$ (2)

Με αφαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) προκύπτει:

$r_1'' - r_2'' - (r_1' - r_2') = [2(N+1)+1]\frac{\lambda}{2} - (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ ή

$(r_1'' - r_1') + (r_1' - r_2'') = (2N+3-2N-1)\frac{\lambda}{2}$ή

$2(Z\Lambda) = \lambda$ ή $(Z\Lambda) = \frac{\lambda}{2}$ ή $(Z\Lambda) = 0,2m$

δ) **Έστω η νέα συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών. Για να γίνει το σημείο Σ σημείο ενισχυτικής συμβολής θα πρέπει να ισχύει:**

$|r_1 - r_2| = N\lambda$ ή $|r_2 - r_2| = \frac{Nv}{f'}$ ή $f' = \frac{Nv}{|r_1 - r_2|}$ ή $f' = 2N$, **με** $N = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι: $f'min = 2Hz$.

Θέμα 4ο:

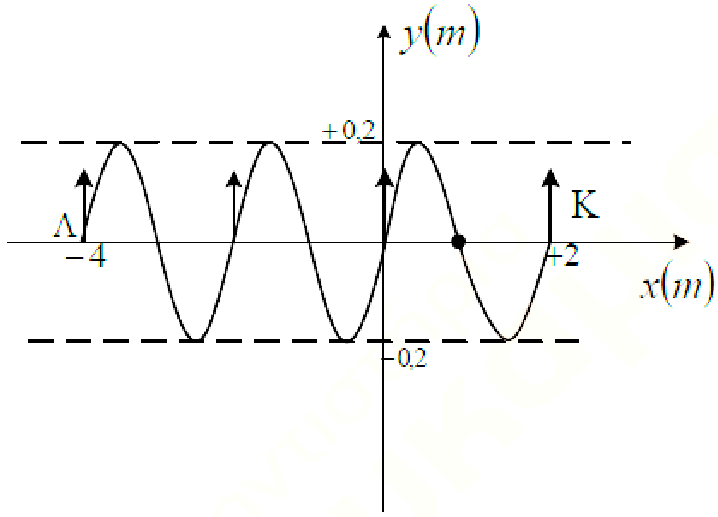
α) Οι χρονικές εξισώσεις των απομακρύνσεων των σημείων Κ και Λ γράφονται στη μορφή:
$y_K = 0,2\eta\mu[2\pi(5t+1)]$ (S.I.) (1) και $y_\Lambda = 0,2\eta\mu[2\pi(5t-2)]$ (S.I) (2) αντίστοιχα.
Οι χρονικές εξισώσεις της φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ είναι:
$\varphi_K = 2\pi(5t+1)$ (S.I) (3) και $\varphi_\Lambda = 2\pi(5t-2)$ (S.I) (4) αντίστοιχα.
Σύμφωνα με τις σχέσεις (3) και (4) κάθε χρονική στιγμή t κατά την οποία ταλαντώνονται και τα δύο σημεία, ισχύει: $\varphi_K > \varphi_\Lambda$. Συνεπώς, το κύμα διαδίδεται από το σημείο Κ προς στο σημείο Λ.
Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Κ είναι της μορφής:
$y_K = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x_K}{\lambda}\right)\right]$ (5). Από την σύγκριση των εξισώσεων (5) και (1) προκύπτει ότι:
$A = 0,2m$και $T = \frac{1}{5}s$ ή $f = 5Hz$. Το μήκος κύματος λ ισούται με την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κορυφών του κύματος. Συνεπώς ισχύει: $\lambda = 2m$. Η ταχύτητα διάδοση του κύματος είναι $\upsilon = \lambda f$ ή $\upsilon = 10m/s$.

β) i. Αφού το κύμα διαδίδεται από το σημείο Κ στο σημείο Λ διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x΄x. Συνεπώς, η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής:
$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$ ή $y = 0,2\eta\mu 2\pi\left(5t+\frac{x}{2}\right)$ (S.I).

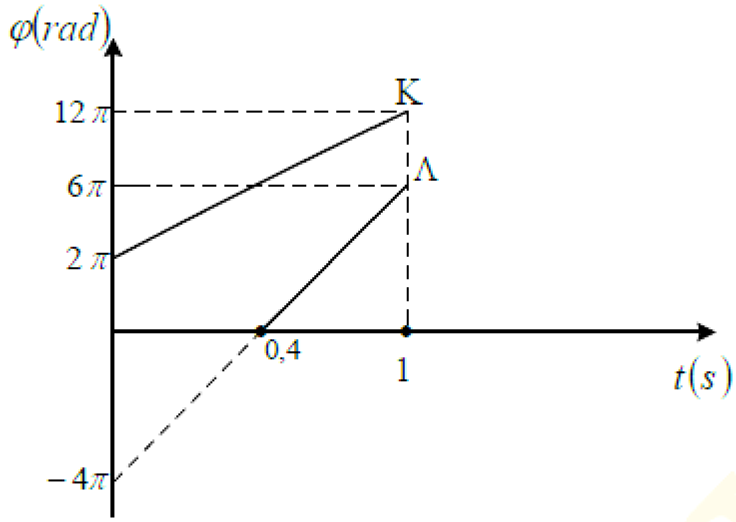
ii. Από τη σύγκριση των εξισώσεων (1) και (5) προκύπτει ότι: $\frac{x_K}{\lambda} = 1$ή $x_K = 2m$.
Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Λ από τη θέση ισορροπίας του είναι της μορφής: $y_\Lambda = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$ (6)
Από τη σύγκριση των εξισώσεων (2) και (6) προκύπτει ότι:
$\frac{x_\Lambda}{\lambda} = -2$ ή $x_\Lambda = -4m$.
Συνεπώς, ισχύει ότι $(K\Lambda) = |x_K - x_1|$ ή $(K\Lambda) = 6m$.

γ)

i. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,4$ το κύμα φτάνει σε ένα σημείο του αρνητικού ημιάξονα για το οποίο ισχύει: $|x| = \upsilon t$ ή $|x| = 4$ ή $x = -4m$.
Συνεπώς, το κύμα τη χρονική στιγμή t_1 φτάνει στο σημείο Λ. Το στιγμιότυπο του κύματος μεταξύ των σημείων Κ και Λ τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Όπως φαίνεται από το στιγμιότυπο, ο αριθμός των σημείων μεταξύ των σημείων Κ και Λ, που τη χρονική στιγμή t_1διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους κινούμενα προς τα πάνω είναι ίσος με 2.
ii. Σύμφωνα με τις σχέσεις (3) και (4), οι γραφικές παραστάσεις των φάσεων των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 1s$ αποδίδονται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος.



δ)

i.Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σημείο Κ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_3 = 2,4s$ είναι:
$N_K = f(t_3 - 0)$ή $N_K = 12$ ταλαντώσεις. Επειδή το σημείο Λ ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_Λ = \frac{x_Λ}{υ}$, ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σημείο Λ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_3 είναι: $N_Λ = f(t_3 - t_Λ)$ή$N_Λ = f\left(t_3 - \frac{x_Λ}{υ}\right)$ ή
$N_Λ = 10$ ταλαντώσεις. Συνεπώς, ισχύει: $\frac{N_K}{N_Λ} = 1,2$.

ii. Έστω $y_Λ$ η απομάκρυνση του σημείου Λ τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το μέτρο της ταχύτητας του είναι ίσο με $υ = π\frac{m}{s}$. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του σημείου Λ έχουμε:

$E = K + U$ή $\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}D{y_Λ}^2$ ή $mω^2A^2 = mυ^2 + mω^2{y_Λ}^2$ ή $y_Λ = +\sqrt{A^2 - \left(\frac{υ}{ω}\right)^2}$ ή
$y_Λ = +0,1\sqrt{3}m.$
Επειδή η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ είναι ίση με $Δφ = 6π\,rad$, η απομάκρυνση του σημείου Κ τις παραπάνω χρονικές στιγμές είναι:
$y_K = y_Λ$ή $y_K = 0,1\sqrt{3}m.$