**Τεστ Α Λυκείου** **22-10-12**

**Υλη:Δυνάμεις-Ταυτότητες**

**Ονοματεπώνυμο:**…………………………………

**1)** Να *γραφούν ως δύναμη ενός αριθμού τα γινόμενα*:

**Α**= $(-27)\cdot 64$ , **Β**=$(-\frac{1}{8})\cdot(-27)\cdot(-\frac{1}{125})$ **(μον.20)**

**2)** Ν*ασυμπληρώσετε τις ισότητες*:

$\alpha^3+\beta^3$=……………………………………………………………

$(\alpha-\beta)^3$=……………………………………………………………

$(\alpha+\beta-\gamma)^2$=……………………………………………………… **(μον.15)**

**3) α)** *Αν* $\alpha+\beta+\gamma=0$ *να δείξετε ότι* $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma$ **(μον.15)**

β) *Αν* $\mathrm{A}=\beta+\gamma-2\alpha$, $\mathrm{B}=\gamma+\alpha-2\beta$, $\Gamma=\alpha+\beta-2\gamma$ *να υπολογιστεί η παράσταση*: $\mathrm{A}^3+\mathrm{B}^3+\Gamma^3-3\mathrm{AB}\Gamma$

**(μον.15)**

**4)** Να *γίνει γινόμενο πρώτων παραγόντων η παράσταση*:

$\mathrm{A}=\alpha^4-2\alpha^2-\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma+1.$ **(μον.15)**

**5)** Να *απλοποιειθεί η παράσταση*:

Κ= $\left(\frac{\chi^2+2\chi+1}{\chi^3-\chi^2-2\chi}\cdot\frac{\chi-5}{\chi^2+2\chi+4}\right):\frac{\chi^2-4\chi-5}{\chi^4-8\chi}.$ **(μον.20)**

**Καλή Επιτυχία**

# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ (Ενδεικτικές)

**1)● A=** $(-27)\cdot 64 = -3^3\cdot 4^3 = -\left(3\cdot 4\right)^3 = (-12)^3$

**●B=** $\left(-\dfrac{1}{8}\right)\cdot(-27)\cdot\left(-\dfrac{1}{125}\right) = -\dfrac{1}{2^3}\cdot 3^3\cdot\dfrac{1}{5^3} = -\left(\dfrac{3}{2\cdot 5}\right)^3 = \left(-\dfrac{3}{10}\right)^3$

**2)** ● $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)\cdot(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$

● $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$

● $(\alpha+\beta-\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta-2\beta\gamma-2\alpha\gamma$

**3) α)** Από την $\alpha+\beta+\gamma=0 \Leftrightarrow \alpha+\beta=-\gamma$ **(1)** $\Rightarrow$ $(\alpha+\beta)^3=(-\gamma)^3$

$\Leftrightarrow \alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3=-\gamma^3 \Leftrightarrow \alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-3\alpha^2\beta-3\alpha\beta^2$

$\Leftrightarrow \alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-3\alpha\beta(\alpha+\beta) \overset{(1)}{\Rightarrow} \alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-3\alpha\beta(-\gamma)$ άρα

$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma$

**β)** Παρατηρώ ότι Α+Β+Γ=0. Σύμφωνα με το α) λοιπόν είναι

$\mathrm{A}^3+\mathrm{B}^3+\Gamma^3=3\mathrm{AB}\Gamma$ άρα $\mathrm{A}^3+\mathrm{B}^3+\Gamma^3-3\mathrm{AB}\Gamma=0$

**4)** $\mathrm{A}=\alpha^4-2\alpha^2-\beta^2-\gamma^2-2\beta\gamma+1=(\alpha^4-2\alpha^2+1)-(\beta^2+\gamma^2+2\beta\gamma)=$

$=(\alpha^2-1)^2-(\beta+\gamma)^2=(\alpha^2-1+\beta+\gamma)\cdot(\alpha^2-1-\beta-\gamma)$

**5)** $\mathrm{K}=\dfrac{x^2+2x+1}{x^3-x^2-2x}\cdot\dfrac{x-5}{x^2+2x+4}:\dfrac{x^2-4x-5}{x^4-8x}=$

$=\dfrac{\left(x+1\right)^2}{x(x^2-x-2)}\cdot\dfrac{x-5}{x^2+2x+4}\cdot\dfrac{x(x^3-8)}{x^2-4x-5}=$

$=\dfrac{(x+1)^2}{x(x+1)(x-2)}\cdot\dfrac{x-5}{x^2+2x+4}\cdot\dfrac{x(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+1)(x-5)}=1$