ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ον/μο:.......................... **Γ΄Λυκείου**

Ύλη: Ταλαντώσεις-Κρούσεις- Στερεό Σώμα **7-2-2016**

Θέμα 1^{ο}:

1) Ο συντονισμός είναι μια κατάσταση εξαναγκασμένης ταλάντωσης στην οποία:

α) η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

β) το πλάτος ταλάντωσης ελαχιστοποιείται.

γ) η συχνότητα του διεγέρτη είναι πολύ μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

δ) η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι κάθε στιγμή ίση με την κινητική.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 5)**

2) Ένα σώμα είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενέργειας E_1. Αν ο ίδιος ταλαντωτής εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση τετραπλάσιας ενέργειας ($E_2 = 4E_1$) τότε:

α) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα υποδιπλασιασθεί.

β) Το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.

γ) Η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.

δ) Η συχνότητα ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερή.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 5)**

3) Κατά την πλάγια ελαστική κρούση μιας μικρής σφαίρας που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο εκτελώντας μόνο μεταφορική κίνηση με κατακόρυφο τοίχο:

α) η ορμή της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετη από την ορμή της λίγο πριν την κρούση.

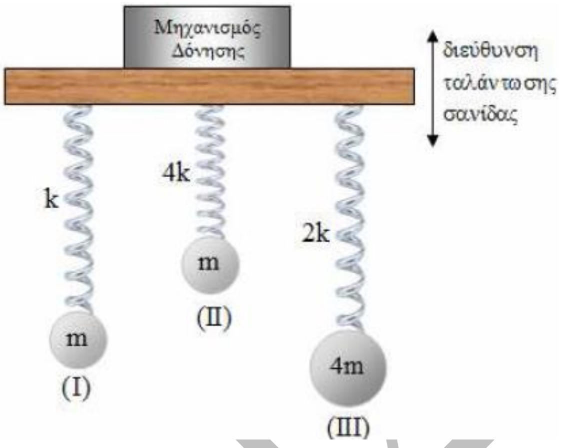
β) η δύναμη που δέχεται η σφαίρα κατά την επαφή της με τον τοίχο μεταβάλλει την παράλληλη προς τον τοίχο συνιστώσα της ταχύτητας της σφαίρας.
γ) η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.
δ) η κινητική ενέργεια της σφαίρας δεν μεταβάλλεται.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 5)**

4) Ένας ομογενής τροχός κυλίεται. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του έχει μέτρο α_{cm} . Το ανώτερο σημείο του τροχού έχει επιτάχυνση μέτρου:
α) α_{cm} **β)** $2\alpha_{cm}$ **γ)** $\sqrt{2}\,\alpha_{cm}$ **δ)** 0
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 5)**

5) Να χαρακτηρίσετε **Σωστές ή Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις.
α) Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς κάποιο άξονα περιστροφής εξαρτάται από την κατανομή της μάζας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής.
β) Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων εξαρτάται από το σημείο ως προς το οποίο υπολογίζεται.
γ) Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας ω και της στροφορμής L ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από κάποιον άξονα έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
δ) Το μέτρο της στροφορμής ενός υλικού σημείου μάζας m που κινείται σε περιφέρεια οριζόντιου κύκλου ακτίνας r με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω είναι ίσο με $m\omega^2 r^2$.
ε) Το κέντρο μάζας ενός σώματος δεν μπορεί να βρίσκεται έξω από το σώμα. **(Μονάδες 5)**

Θέμα 2^{o}:

1) Στην οριζόντια σανίδα του διπλανού σχήματος έχουμε προσαρμόσει τρία συστήματα μάζας - ελατηρίου με τα χαρακτηριστικά μεγέθη (μάζα σφαίρας – σταθερά ελατηρίου) που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Όλα τα σώματα αρχικά ισορροπούν. Μέσω κατάλληλου μηχανισμού δόνησης θέτουμε τη σανίδα σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα που έχει τιμή $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.



Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα μάζας – ελατηρίου που θα ταλαντωθεί με το μέγιστο δυνατό πλάτος θα είναι το:

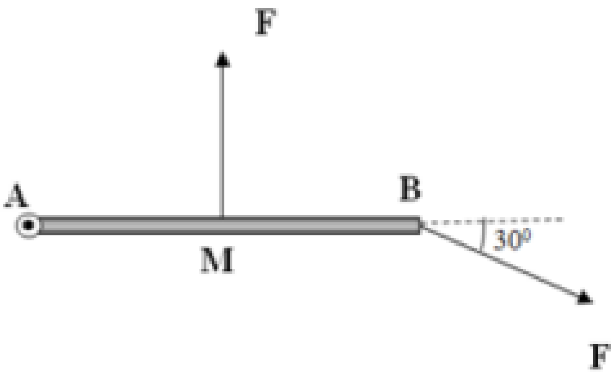
α) (Ι) **β)** (ΙΙ) **γ)** (ΙΙΙ)

Να θεωρήσετε ότι η επίδραση των αποσβέσεων είναι μικρή με αποτέλεσμα η συχνότητα συντονισμού κάθε συστήματος να ταυτίζεται με την ιδιοσυχνότητα του.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 2)**

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. **(Μονάδες 6)**

2) Μία ομογενής ράβδος μήκους L που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α βρίσκεται ακίνητη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη ράβδο ασκούνται ταυτόχρονα δύο δυνάμεις F με το ίδιο μέτρο. Η μία δύναμη ασκείται στο κέντρο της ράβδου, ενώ η άλλη στο άκρο της όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος θα:

α) περιστραφεί σε φορά όπως οι δείκτες του ρολογιού

β) περιστραφεί σε φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού

γ) παραμείνει ακίνητη

Δίνεται ημ30^0 = 1/2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 2)**

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. **(Μονάδες 6)**

3) Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος μάζας Μ και ακτίνας R περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα z'z που διέρχεται από το κέντρο του ως προς τον οποίο παρουσιάζει ροπή αδράνειας $I = \frac{1}{2}MR^2$, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0. Ένα πολύ μικρό κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m = \frac{M}{4}$ αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος πάνω από το δίσκο. Το κομμάτι της πλαστελίνης κολλάει ακαριαία στο δίσκο σε απόσταση $d = \frac{R}{2}$ από το κέντρο του. Αν ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος σε χρόνο Δt πριν την προσκόλληση της πλαστελίνης σε αυτόν είναι ίσος με N_A και ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος σε χρόνο Δt μετά την προσκόλληση της πλαστελίνης σε αυτόν είναι ίσος με N_B, τότε ισχύει:

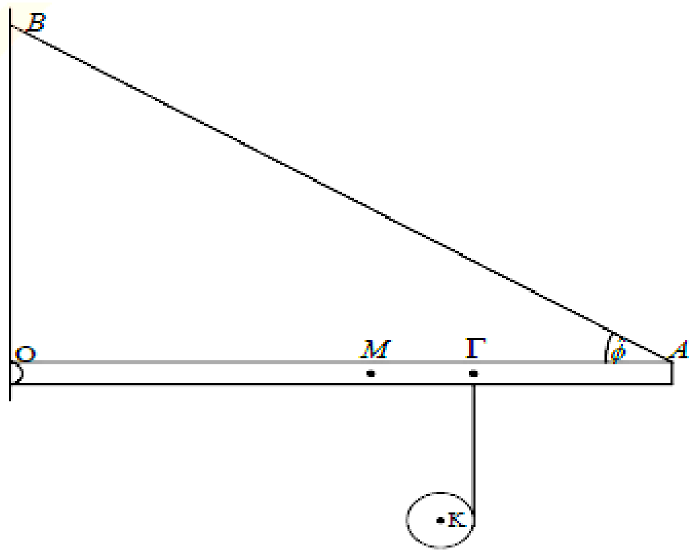
α) $N_A = \frac{17}{16}N_B$ **β)** $N_A = \frac{16}{17}N_B$ **γ)** $N_A = \frac{9}{8}N_B$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **(Μονάδες 2)**

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. **(Μονάδες 7)**

<u>**Θέμα 3^o:**</u>

Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα Μ = 4kg και μήκος L = 2m. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο της Α και σχηματίζει γωνία 30^0 με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σχοινιού ένα γιο-γιο μάζας m = 12kg, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα R = 0,1m. Το γιο-γιο ελευθερώνεται και κατέρχεται διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς το σχοινί να ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται το νήμα ΑΒ, που είναι δεμένο στο άκρο Α της ράβδου, ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου $T_1 = 100N$.



Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας Κ του κυλίνδρου.

β) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του, που περνά από το κέντρο του Κ.

γ) Το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή κατά την οποία το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί από την αρχική του θέση κατακόρυφα προς τα κάτω κατά h = 0,3m

δ) την απόσταση (ΟΓ).

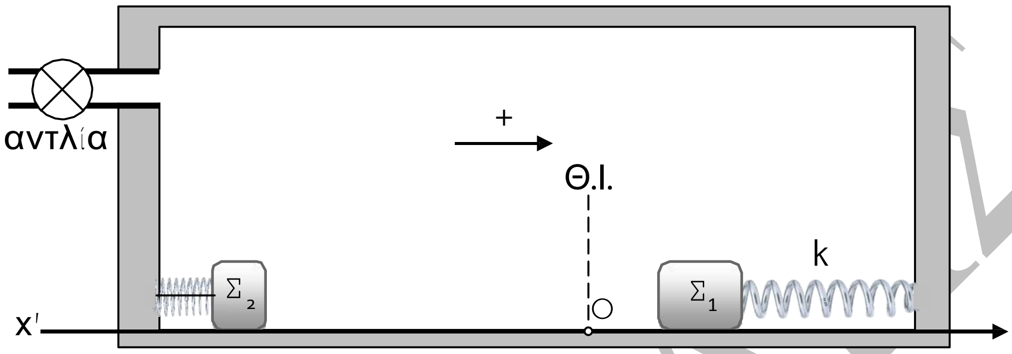
ε) τη δύναμη F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).

Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$

(Μονάδες 25)

<u>Θέμα 4^{o}:</u>

Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 160 N/m, το άλλο άκρο του οποίου, είναι δεμένο στο κατακόρυφο τοίχωμα ενός κλειστού δοχείου, από το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας μέσω αντλίας κενού.



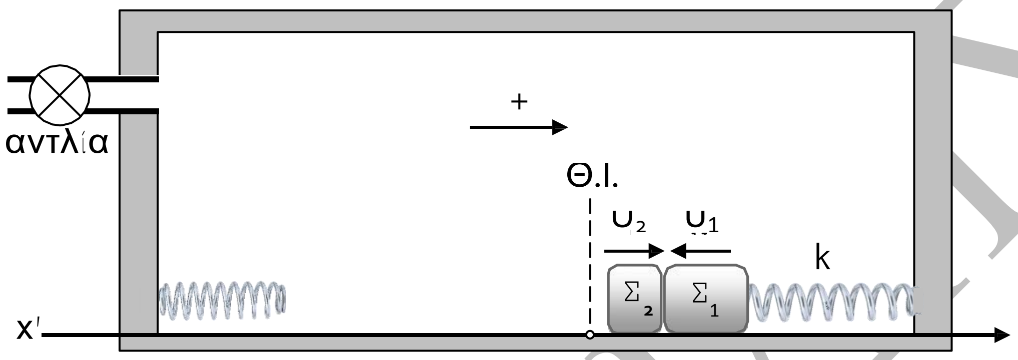
Δεύτερο ελατήριο, που έχει το ένα του άκρο δεμένο στο απέναντι κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου, συγκρατείται συσπειρωμένο μέσω νήματος, ενώ το άλλο άκρο του βρίσκεται σε επαφή με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 0,6kg. Το $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κινούμενο πάνω στην οριζόντια και απολύτως λεία βάση του δοχείου, η διεύθυνση της οποίας ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα κίνησης x΄Ox. Η ταλάντωση εξελίσσεται έτσι ώστε κατά τη διάρκειά της, το $Σ_1$ να μην συγκρούεται με το $Σ_2$. Ως αρχή Ο του άξονα της κίνησης, x=0, ορίζουμε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και θετική φορά όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι ίση με 0,8m και κατά τη διάρκειά της το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κάθε 0,25s. Τη χρονική στιγμή που θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου (t=0), το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = 0{,}2\sqrt{3}$ m και το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται.

α) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που πλησιάζοντας τη θέση ισορροπίας, διέρχεται από θέση στην οποία η δύναμη επαναφοράς έχει αλγεβρική τιμή -51,2 N.

Κάποια στιγμή το νήμα, που συγκρατεί το αριστερό ελατήριο συσπειρωμένο, κόβεται και το $Σ_2$ αρχίζει να κινείται προς το $Σ_1$, χάνοντας την επαφή του με το ελατήριο όταν αυτό αποκτήσει το φυσικό του μήκος. Τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του $Σ_1$ ισούται με -0,96π m/s και κινείται στον θετικό ημιάξονα, ενώ το $Σ_2$ κινείται με ταχύτητα U_2.



Το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δυο σωμάτων κατά την κρούση είναι 100%.

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο $υ_2$ της ταχύτητας, με την οποία προσκρούει το $Σ_2$ στο σώμα $Σ_1$.

Αμέσως μετά την σύγκρουση εισάγεται ακαριαία αέρας στο δοχείο, με αποτέλεσμα η ταλάντωση που ακολουθεί να είναι φθίνουσα. Εάν η δύναμη απόσβεσης που προκαλεί η ύπαρξη του αέρα στο δοχείο, είναι της μορφής F΄ = -bυ και η σταθερά Λ έχει τιμή $\frac{\ln 2}{\pi}\,s^{-1}$:

δ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης μετά από 10 πλήρεις ταλαντώσεις. Θεωρήστε ότι η επίδραση των αποσβέσεων είναι τέτοια ώστε η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης να μπορεί να θεωρηθεί ίση με αυτή της αμείωτης απλής αρμονικής.

Δίνονται: ημ$\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\pi^2 = 10$, $\sqrt{576} = 24$ **(Μονάδες 25)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Θέμα 1ο:

1) α **2)** δ **3)** δ **4)** β **5) α)**Σ **β)**Λ **γ)**Σ **δ)**Λ **ε)**Λ

Θέμα 2ο:

1) **)** Σωστή απάντηση είναι η **(β).**

Η ιδιοσυχνότητα καθενός από τα τρία συστήματα μάζας – ελατηρίου είναι:

$$f_{0(I)} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_{0(II)} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{m}} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_{0(III)} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{4m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}$$

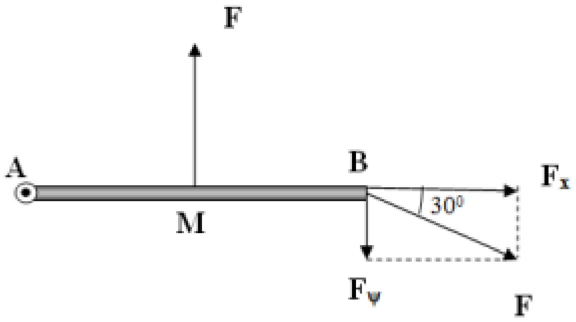
Παρατηρούμε ότι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος (ΙΙ) είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη. Συνεπώς το σύστημα (ΙΙ) θα βρεθεί σε κατάσταση συντονισμού με αποτέλεσμα να ταλαντώνεται με το μέγιστο πλάτος.

2) Σωστή απάντηση είναι η **(γ).**

Παίρνοντας ως θετική φορά την αντίθετη της κίνησης των δεικτών του ρολογιού, η συνολική ροπή των δύο δυνάμεων είναι:

$$\Sigma\tau = F\cdot(AM) - F_{\psi}\cdot(AB)$$

Η συνιστώσα Fx δεν έχει ροπή ως προς το σημείο Α.



$$\Sigma\tau = F\frac{\ell}{2} - F\eta\mu 30^0 \cdot \ell = F\frac{\ell}{2} - F\cdot\frac{\ell}{2} = 0$$

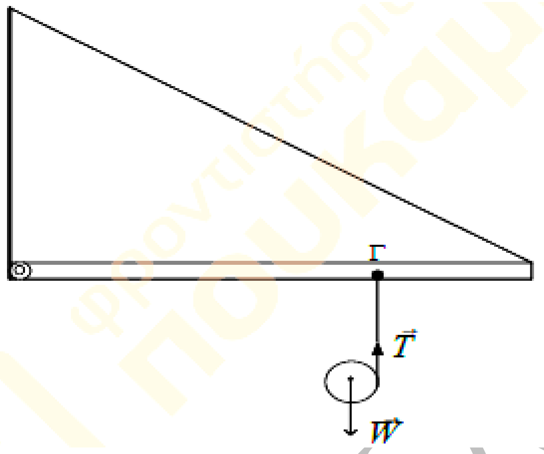
Η ράβδος ήταν αρχικά ακίνητη και έτσι θα παραμείνει.

3) Σωστή απάντηση είναι η **(γ).**

Επειδή η συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων που ενεργούν στο σύστημα ως προς τον άξονα $z'z$ είναι ίση με το μηδέν, η συνολική στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Συνεπώς ισχύει: $\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή $L_1 = L_2$ ή $I\omega_0 = (I + md^2)\omega$ ή $\omega = \frac{8}{9}\omega_0$ (1).
Ο αριθμός N_A των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος σε χρόνο Δt πριν από την προσκόλληση της πλαστελίνης σε αυτόν υπολογίζεται από τη σχέση: $N_A = \frac{\theta_1}{2\pi}$ ή $N_A = \frac{\omega_0\Delta t}{2\pi}$ (2), ενώ ο αριθμός N_B των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος μετά την προσκόλληση της πλαστελίνης σε αυτόν υπολογίζεται από τη σχέση: $N_B = \frac{\theta_2}{2\pi}$ ή $N_B = \frac{\omega\Delta t}{2\pi}$ (3). Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (3) προκύπτει: $\frac{N_A}{N_B} = \frac{\omega_0}{\omega}$, ή λόγω της σχέσης (1): $\frac{N_A}{N_B} = \frac{9}{8}$ ή $N_A = \frac{9}{8}N_B$

Θέμα 3^{ο}:

α) Οι δυνάμεις που δέχεται ο κύλινδρος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, είναι το βάρος του W και η τάση του νήματος T.



Ισχύει: $\Sigma F = ma_{cm}$ ή $w - T = ma_{cm}$ ή $mg - T = ma_{cm}$ (1)

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε: $\Sigma\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $TR = \frac{1}{2}mR^2\,\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T = \frac{1}{2}ma_{cm}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$mg - \frac{1}{2}ma_{cm} = ma_{cm}$ ή $a_{cm} = \frac{2g}{3}$ ή $a_{cm} = \frac{20}{3}\,m/s^2$.

β) Το μέτρο της τάσης του νήματος υπολογίζεται από τη σχέση (2) Συνεπώς είναι: T = 40N.

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από τη σχέση:

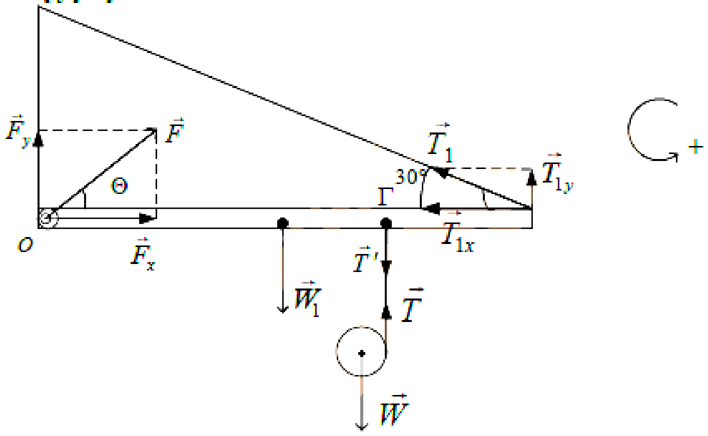
$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau \text{ ή } \frac{dL}{dt} = TR \text{ ή } \frac{dL}{dt} = 4Kg\,m^2/s^2.$$

γ) Ισχύει: $h = \frac{1}{2}a_{cm}t^2$ ή $t = 0,3s$.

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1 είναι: $\omega_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu}t_1$ ή $\omega_1 = \frac{a_{cm}}{R}t_1$ ή $\omega_1 = 20\,rad/s$.

Το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $L = I\omega_1$ ή $L = \frac{1}{2}mR^2\omega_1$ ή $L = 1,2Kg\,m^2/s$.

δ) **Στη ράβδο ασκούνται οι εξής δυνάμεις: το βάρος της $\vec{w}_1$, η τάση $\vec{T}_1$ από το νήμα που είναι δεμένο στο άκρο της Α, η δύναμη $\vec{F}$ από την άρθρωση και η δύναμη $\vec{T}'$ από το σχοινί που είναι δεμένο στο σημείο Γ της ράβδου.**



Επειδή το σχοινί είναι ισοβαρές ισχύει: $T' = T$

Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύει: $\Sigma\tau(0) = 0$ ή $\tau_F + \tau_{w_1} + \tau_{T'} + \tau_{T_1} = 0$ ή $0 - w_1\frac{L}{2} - T'(O\Gamma) + T_{1y}L = 0$ ή $-Mg\frac{L}{2} - T(O\Gamma) + T_1\eta\mu 30°L = 0$ ή $(O\Gamma) = 1,5m$

ε) **Επειδή η ράβδος ισορροπεί η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτή είναι όση με το μηδέν. Συνεπώς ισχύει:** $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ **ή** $\Sigma F_x = 0$ **(1) και** $\Sigma F_y = 0$ **(2)**

Από τη σχέση (1) έχουμε: $\Sigma F_x = 0$ ή $F_x - T_{1x} = 0$ ή $F_x = 50\sqrt{3}N$.

Από τη σχέση (2) έχουμε: $\Sigma F_y = 0$ ή $F_y + T_{1y} - w_1 - T' = 0$ ή $F_y = w_1 + T' - T_{1y}$ ή $F_y = 30N$.

Το μέτρο της δύναμης F **που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση δίνεται από τη σχέση:** $F = \sqrt{Fx^2 + Fy^2}$ ή $F = 10\sqrt{84}N$.

Έστω θ **η γωνία που σχηματίζει η δύναμη** $\vec{F}$ **με την οριζόντια διεύθυνση.**

Ισχύει: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Θέμα 4^0:

α) Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα διέρχεται από τη Θ.Ι. κάθε μισή περίοδο άρα με βάση τα δεδομένα, θα είναι $\frac{T}{2} = 0,25s$ ή T=0,5s.

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} \text{ ή } \underline{\omega = 4\pi \tfrac{rad}{s}}$$

Η απόσταση d, μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης ισούται με 2Α και έτσι:

$$d = 2A \text{ ή } A = \frac{d}{2} \text{ ή } A = \frac{0,8}{2} \text{ ή } \underline{A = 0,4\ m}$$

Γνωρίζουμε ότι την t=0: $x = 0,2\sqrt{3}\ m$ και αφού επιταχύνεται θα κινείται προς τη Θ.Ι οπότε υ<0

Γενικά: $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_o) \xrightarrow[x=0,1\sqrt{3}m]{t=0} 0,2\sqrt{3} = 0,4 \cdot \eta\mu\varphi_0$ ή

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{3}, \text{ άρα:}$$

$$\varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \text{ ή } \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Δεχόμαστε: $0 \le \varphi_0 < 2\pi$. Θέτοντας k=0 παίρνουμε:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{3}\text{rad} \quad \text{ή} \quad \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}\text{rad}$$

ενώ κάθε άλλη τιμή του k, δίνει φ_0 εκτός της δεκτής περιοχής τιμών.

Γνωρίζουμε επίσης ότι για t=0:

$$\upsilon < 0 \text{ ή } \upsilon_{max} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0 \xrightarrow{\upsilon_{max}>0} \sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0$$

$$\text{Άρα: } \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}\text{rad}$$

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$$\boxed{x = 0,4 \cdot \eta\mu\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)(\text{S.I.})}$$

β) Γνωρίζοντας την αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς, υπολογίζουμε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας:
$\Sigma F = -Dx \xrightarrow{D=k} \Sigma F = -kx$ ή στη θέση που μας ενδιαφέρει:
$x_1 = -\frac{\Sigma F}{k} = -\frac{(-51,2)}{160}$ ή $\underline{x_1 = 0,32\ m}$

Επειδή όμως η ενέργεια της ταλάντωσης παραμένει σταθερή, η ενέργεια ταλάντωσης στη θέση που μας ενδιαφέρει (x_1) θα είναι ίση με την ενέργεια της ταλάντωσης στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης (Θ.Μ.Α):
$E_{(\Theta.M.A)} = E_{(x_1)}$ ή $\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2$ ή $m\omega^2A^2 = m\upsilon_1^2 + m\omega^2x_1^2$

$\upsilon_1^2 = \omega^2A^2 - \omega^2x_1^2$ ή $\upsilon_1^2 = \omega^2\left(A^2 - x_1^2\right)$ ή $\upsilon_1 = \pm\omega\sqrt{A^2 - x_1^2}$

$\upsilon_1 = \pm 4\pi\sqrt{0,4^2 - 0,32^2} = \pm 4\pi\sqrt{\left(40\cdot 10^{-2}\right)^2 - \left(32\cdot 10^{-2}\right)^2}$ ή

$\upsilon_1 = \pm 4\pi\sqrt{(1600 - 1024)\cdot 10^{-4}}$ ή

$\upsilon_1 = \pm 4\pi\sqrt{576\cdot 10^{-4}} = \pm 4\pi 24\cdot 10^{-2} = \pm 0,96\pi\frac{m}{s} \xrightarrow[\text{πλησιάζει τη Θ.Ι.}]{x_1>0}$

$\boxed{\upsilon_1 = -0,96\pi\frac{m}{s}}$

γ) Από τη σταθερά επαναφοράς της αρχικής ταλάντωσης του συστήματος m_1-k, υπολογίζουμε την m_1:
$D = m_1\cdot\omega^2 \xrightarrow{D=k} m_1 = \frac{k}{\omega^2}$ ή $m_1 = \frac{160}{16\pi^2}$ ή $\underline{m_1 = 1\ kg}$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο στον άξονα x΄x για το σύστημα των Σ_1-Σ_2:
$\vec{P}_{o\lambda} = \vec{P}'_{o\lambda}$ ή $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_{12}$ και εφόσον το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι 100% το συσσωμάτωμα θα έχει μηδενική ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση, οπότε:

$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{0}$ ή αλγεβρικά $m_2|\upsilon_2| - m_1|\upsilon_1| = 0$ ή $m_2|\upsilon_2| = m_1|\upsilon_1|$ ή

$|\upsilon_2| = \frac{m_1|\upsilon_1|}{m_2}$ ή $|\upsilon_2| = \frac{0,96\pi}{0,6} = \frac{96\pi}{6\cdot 10} = \frac{4\cdot 24\pi}{6\cdot 10}$ ή $\boxed{|\upsilon_2| = 1,6\pi\frac{m}{s}}$

δ) Μετά την κρούση το σύστημα των δυο σωμάτων θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας (με αυτή της ταλάντωσης του m_1), με αρχικό πλάτος $A_0 = |x_1| = 0,32\ m$ (αφού το συσσωμάτωμα δεν έχει ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση).

Η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης θα ισούται με την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος των δυο σωμάτων, απουσία αποσβέσεων, δηλ.:

$$T = T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1+0,6}{160}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \quad \text{ή}$$

$$\underline{T = \frac{\pi}{5}s}$$

Εφόσον η δύναμη απόσβεσης λόγω αέρα είναι της μορφής F΄=-bυ, το πλάτος της ταλάντωσης θα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο και συνεπώς:

$$A_{10} = A_0 e^{-\Lambda t} \xrightarrow{t=10T} A_{10} = \frac{A_0}{e^{\frac{\ln 2}{\pi}10\frac{\pi}{5}}} \quad \text{ή} \quad A_{10} = \frac{A_0}{e^{2\cdot\ln 2}} \quad \text{ή} \quad A_{10} = \frac{A_0}{e^{\ln 2^2}} \quad \text{ή}$$

$$A_{10} = \frac{A_0}{2^2} \quad \text{ή} \quad A_{10} = \frac{0,32}{4} \quad \text{ή} \quad \boxed{A_{10} = 0,08\ m}$$