

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ον/μο:.....

Γ΄ Λυκείου

Ύλη: Κύματα

6-12-2015

Θέμα 1^ο:

1) Μήκος κύματος ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος ονομάζεται η απόσταση:

α) που διανύει το κύμα σε χρόνο μισής περιόδου.

β) μεταξύ δυο διαδοχικών υλικών σημείων του μέσου που κάθε χρονική στιγμή έχουν την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους και κινούνται κατά την ίδια φορά.

γ) μεταξύ δυο υλικών σημείων του ελαστικού μέσου που η διαφορά φάσης των ταλαντώσεών τους ισούται με π .

δ) μεταξύ μιας κορυφής και της αμέσως επόμενης κοιλάδας στο στιγμιότυπο του κύματος.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(Μονάδες 5)

2) Δυο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού πανομοιότυπα εγκάρσια κύματα πλάτους A και μήκους κύματος λ . Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση $r_1 = \lambda$ και από την πηγή Π_2 απόσταση $r_2 = 2\lambda$. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ , μετά τη συμβολή των δυο κυμάτων στο σημείο αυτό ισούται με:

α) 0 β) A γ) $2A$ δ) $A/2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(Μονάδες 5)

3) Σε ένα στάσιμο κύμα που έχει δημιουργηθεί κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής:

α) όλα τα σημεία της χορδής έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.

β) όλα τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

γ) η απόσταση ενός δεσμού από την πλησιέστερη σε αυτόν κοιλία είναι $\lambda / 2$, όπου λ είναι το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο.

δ) το πλάτος με το οποίο ταλαντώνονται τα υλικά σημεία της χορδής μεταβάλλεται με το χρόνο.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(Μονάδες 5)

4) Η συχνότητα ταλάντωσης ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος είναι $f = 20 \text{ Hz}$ και το μήκος κύματος είναι $\lambda = 0,2 \text{ m}$. Εάν υποδιπλασιάσουμε την συχνότητα χωρίς να μεταβάλλουμε το πλάτος τότε:

α) η ταχύτητα διάδοσης είναι 4 m/s

β) το νέο μήκος κύματος είναι $0,1 \text{ m}$

γ) η περίοδος είναι $1 / 40 \text{ s}$

δ) τίποτα από τα παραπάνω

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(Μονάδες 5)

5) Να χαρακτηρίσετε **Σωστές ή Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις.

α) Όταν ένα κύμα διαδίδεται από ένα σημείο A προς ένα σημείο B, κάθε χρονική στιγμή η φάση του σημείου A είναι μικρότερη της φάσης του B.

β) Στο στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε μια χορδή κιθάρας, δύο διαδοχικοί δεσμοί έχουν πάντα αντίθετες ταχύτητες.

γ) Δύο κύματα που διαδίδονται αντίθετα σε ένα ελαστικό μέσο δημιουργούν πάντα στάσιμο κύμα.

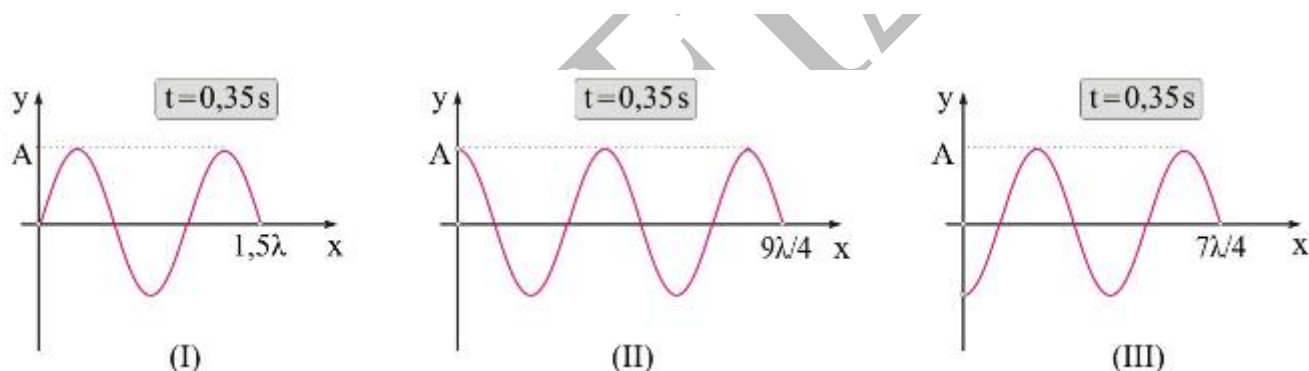
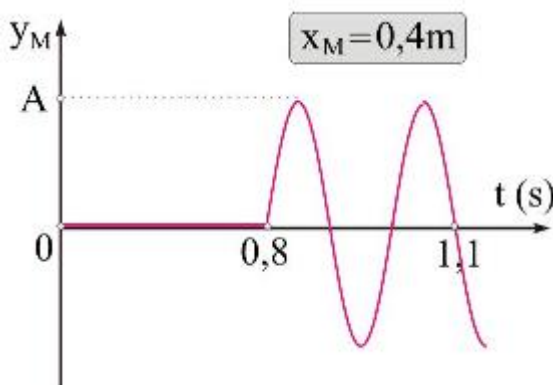
δ) Στο στάσιμο κύμα, η διαφορά φάσης μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι π .

ε) Στο στάσιμο κύμα όλα τα σημεία του μέσου έχουν την ίδια φάση ταλάντωσης.

(Μονάδες 5)

Θέμα 2^ο:

1) Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες κατά μήκος του άξονα $x'Ox$. Το σημείο της θέσης $x = 0$, ταλαντώνεται σύμφωνα με τη σχέση $\psi = A\eta\mu\omega t$. Στο διάγραμμα φαίνεται για ένα σημείο M του ελαστικού μέσου που απέχει $x_M = 0,4m$ από την πηγή η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο. Το διάγραμμα της απομάκρυνσης όλων των σημείων του ελαστικού μέσου (στιγμιότυπο του κύματος) τη χρονική στιγμή $t = 0,35 s$ είναι το:

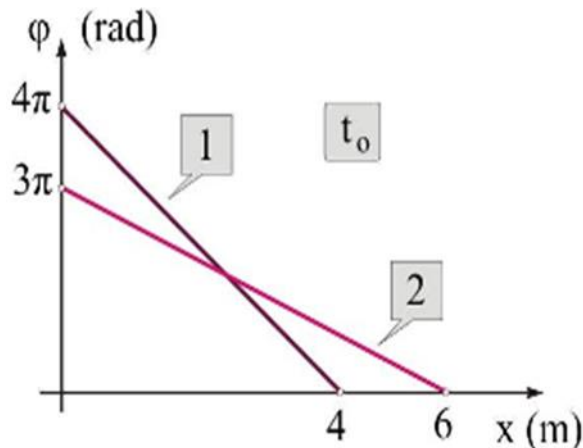


- α) (I)
 β) (II)
 γ) (III)

Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

2) Στο σχήμα φαίνονται σε κοινό σύστημα αξόνων τα διαγράμματα φάσης – απόστασης δύο αρμονικών κυμάτων 1 και 2 που διαδίδονται κατά μήκος δύο γραμμικών ελαστικών μέσων τη χρονική στιγμή t_0 . Τα κύματα ξεκίνησαν τη χρονική στιγμή $t=0$ τη διάδοσή τους από τις πηγές τους χωρίς αρχική φάση.



Ο λόγος των μηκών κύματος των κυμάτων, λ_1 / λ_2 είναι:

- α) $1/2$ β) $3/2$ γ) $2/3$

Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 8)**

3) Τα άκρα μιας ελαστικής χορδής μήκους $L = 2,5 \text{ m}$ είναι δεμένα στα σταθερά σημεία A και B. Στη χορδή έχουμε δημιουργία στάσιμου κύματος από τρέχοντα κύματα που είχαν ταχύτητα διάδοσης 12 m/s .



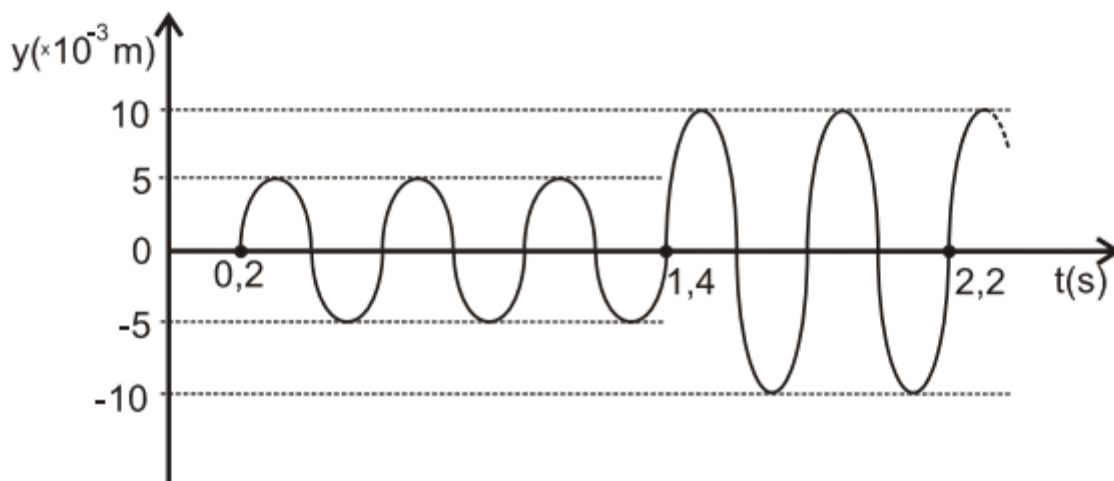
Η συχνότητα με την οποία ένα σημείο της χορδής ταλαντώνεται μπορεί να είναι:

- α) 5Hz β) $4,4 \text{ Hz}$ γ) $7,2\text{Hz}$

Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 8)**

Θέμα 3^ο:

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v = 5 \text{ m/s}$. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_2 . Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A\eta\omega t$.



α) Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα.

β) Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για $t \geq 0$.

γ) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $\psi = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$;

δ) Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών Π_1 και Π_2 έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $10/9$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2 , να βρεθεί ο λόγος K_1 / K_2 .

(Μονάδες 25)

Θέμα 4^ο:

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα $x'x$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με εξίσωση: $\psi = 0,08 \sin(5\pi x) \eta\mu(20\pi t)$ (S.I)

Το στάσιμο κύμα δημιουργείται από τη συμβολή δύο πανομοιότυπων κυμάτων πλάτους A και συχνότητας, τα οποία διαδίδονται ταυτόχρονα στο ελαστικό μέσο προς αντίθετες κατευθύνσεις. Στην αρχή O ($x = 0$) του άξονα εμφανίζεται κοιλία του στάσιμου κύματος. Η εξίσωση της ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο O εξαιτίας του κάθε κύματος χωριστά είναι $\psi = A \eta\mu(2\pi f t)$.

- α) Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.
- β) Να εξετάσετε αν στο υλικό σημείο Κ ($x_K = 0,8 \text{ m}$) του ελαστικού μέσου εμφανίζεται δεσμός ή κοιλία.
- γ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος που εμφανίζονται μεταξύ των σημείων Ο ($x = 0$) και Κ ($x_K = + 0,8 \text{ m}$) του ελαστικού μέσου.
- δ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{120} \text{ s}$. Δίνεται ότι το μήκος της χορδής είναι $L = 0,5 \text{ m}$.
- ε) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου Κ ($x_K = + 0,8 \text{ m}$) την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{120} \text{ s}$.

(Μονάδες 25)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Θέμα 1^ο:

- 1) β 2) γ 3) β 4) α
 5) α) Λάθος β) Λάθος γ) Λάθος δ) Σωστό
 ε) Λάθος

Θέμα 2^ο:

1) Σωστή απάντηση η (γ).

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το χρονικό διάστημα 0,8s έως 1,1s αντιστοιχεί σε $3T/2$. Οπότε έχουμε $0,3s = 3T/2$ ή $T = 0,2s$.

Η χρονική στιγμή $t = 0,35s = 0,20s + 0,15s$ αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα $7T/4$. Παίρνοντας υπόψη ότι το κύμα σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου προχωρά κατά ένα μήκος κύματος λ εύκολα προκύπτει ότι σε χρονικό διάστημα $7T/4$ προχωρά κατά $\Delta x = 7\lambda/4$.

Άρα σωστό είναι το διάγραμμα (III).

2) Σωστή απάντηση είναι η (α).

Από τα διαγράμματα βλέπουμε ότι:

τη στιγμή t_0 τα δύο κύματα προχώρησαν μέχρι $x_1 = 4m$ και $x_2 = 6m$ αντίστοιχα. Επομένως

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1 \cdot t_0}{v_2 \cdot t_0} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\lambda_1 \cdot f_1}{\lambda_2 \cdot f_2} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

Τη χρονική στιγμή t_0 οι φάσεις των πηγών είναι 4π και 3π αντίστοιχα. Επομένως:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{2\pi f_1 t_0}{2\pi f_2 t_0} \Rightarrow \frac{4\pi}{3\pi} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{4}{3}$$

Με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει:

$$\frac{2}{3} = \frac{\lambda_1 \cdot f_1}{\lambda_2 \cdot f_2} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\lambda_1 \cdot 4}{\lambda_2 \cdot 3} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2}$$

3) Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Τα άκρα του σχοινιού είναι δεσμοί, άρα το μήκος του σχοινιού πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του $\lambda/2$.

$$L = N \frac{\lambda}{2} = N \frac{v}{2f} \Rightarrow f = \frac{vN}{2L} = \frac{12\text{m/s} \cdot N}{2 \cdot 2,5\text{m}} \Rightarrow f = 2,4 N$$

με $N = 1, 2, 3, 4, \dots$

Παρατηρούμε ότι για $N = 3$ παίρνουμε $f = 7,2 \text{ Hz}$

Θέμα 3^ο:

α) Από το διάγραμμα παρατηρώ ότι ο χρόνος άφιξης στο (Σ) από την:

(Π₂) είναι: $t_2 = 0,2s$ και από την (Π₁): $t_1 = 1,4s$ άρα οι αποστάσεις είναι:

Από την Π₁: $r_1 = v_{\delta}t_1 = 5 \cdot 1,4 = 7m$ Από την Π₂: $r_2 = v_{\delta}t_2 = 5 \cdot 0,2 = 1m$

β) Μεταξύ της άφιξης των δύο κυμάτων μεσολαβεί χρονικό διάστημα: $\Delta t = 1,4 - 0,2 = 1,2 \text{ sec}$.

Στο Δt γίνονται τρεις (3) ταλαντώσεις, άρα $f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{3}{1,2} = 2,5 \text{ Hz}$

Επίσης $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5}{2,5} = 2m$

Άρα $0 \leq t < 0,2 \text{ sec}$ $y_{\Sigma} = 0$

$0,2 \leq t < 1,4 \text{ sec}$ $y_{\Sigma} = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi \left(2,5t - \frac{r_2}{\lambda}\right) = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi (2,5t - 0,5)$ (S.I.)

Για $t \geq 1,4$ έχουμε:

$y_{\Sigma} = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{7-1}{\lambda}\right) \eta\mu 2\pi \left(2,5t - \frac{1+7}{\lambda}\right) = -10 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi (2,5t - 2) \Rightarrow$

$\Rightarrow y_{\Sigma} = -10^{-2} \eta\mu 2\pi (2,5t - 2)$ (S.I.) (1)

γ) Εφαρμόζουμε την ΑΔΕΤ για την ταλάντωση που εκτελεί το υλικό σημείο.

$$E = K_1 + U_{T1} \Leftrightarrow \frac{1}{2} D A_s^2 = \frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} D y_1^2 \Leftrightarrow D(A_s^2 - y_1^2) = m u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |u_1| = \omega \sqrt{A_s^2 - y_1^2} \Leftrightarrow |u_1| = 5\pi \sqrt{(100 \cdot 10^{-6} - 75 \cdot 10^{-6})} \Leftrightarrow |u_1| = 5\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |u_1| = 25\pi \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

δ) $K_1 = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} m \omega_1^2 A_1^2$ Ομοίως $K_2 = \frac{1}{2} m \omega_2^2 A_2^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\omega_1 A_1}{\omega_2 A_2}\right)^2$

Όμως $f_2 = \frac{10}{9} f_1 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{2\pi f_2}{2\pi f_1} = \frac{10}{9}$

Για το νέο μήκος κύματος έχω: $\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{v}{\frac{10}{9} f_1} = \frac{9}{10} \cdot \frac{v}{f_1} = \frac{9}{10} \lambda_1 = 1,8 \text{ m}$

$$A_2 = \left| 2,5 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda_2} \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{7-1}{3,6}\right) \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{6}{3,6} \right| =$$

$$= \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{10}{6} \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu \frac{10\pi}{3} \right| \Rightarrow A_2 = 5 \cdot 10^{-3} = \frac{A_1}{2}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: $\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{9}{10} \cdot 2 \right)^2 = \frac{81}{25}$

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

Θέμα 4^ο:

α) Η γενική εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι της μορφής:

$$y = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad (1)$$

Από τη σύγκριση της εξίσωσης (1) με τη δοθείσα εξίσωση προκύπτει:

$$2A = 0,08m \quad \text{ή} \quad A = 0,04m, \quad \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \quad \text{ή} \quad \lambda = 0,4m \quad \text{και} \quad 20\pi = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ή} \quad T = 0,1s.$$

Συνεπώς οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα είναι:

$$y_1 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad y_1 = 0,04 \eta\mu 2\pi(10t - 2,5x) \quad (S.I.) \quad \text{και}$$

$$y_2 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad y_2 = 0,04 \eta\mu 2\pi(10t + 2,5x) \quad (S.I.)$$

β) Το πλάτος του σημείου Κ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$|A'_K| = 2A \sin\left(\frac{2\pi x_K}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad A'_K = 2A. \quad \text{Συνεπώς στο σημείο Κ εμφανίζεται κοιλία.}$$

γ) Οι θέσεις των δεσμών στον άξονα $x'x$ προκύπτουν από τη σχέση:

$$x_\Delta = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad \text{με} \quad \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Για να βρούμε τον αριθμό των δεσμών μεταξύ των σημείων Ο και Κ λύνουμε την ανίσωση:

$$x_0 < x_\Delta < x_K \quad \text{ή} \quad 0 < (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4} < 0,8m \quad \text{ή} \quad 0 < (2\kappa + 1)0,1 < 0,8 \quad \text{ή} \quad 0 < (2\kappa + 1) < 8$$

$$\text{ή} \quad -0,5 << \kappa < 3,5. \quad \text{Επομένως} \quad \kappa = 0, 1, 2, 3.$$

Συνεπώς ανάμεσα στα σημεία Ο και Κ υπάρχουν 4 δεσμοί.

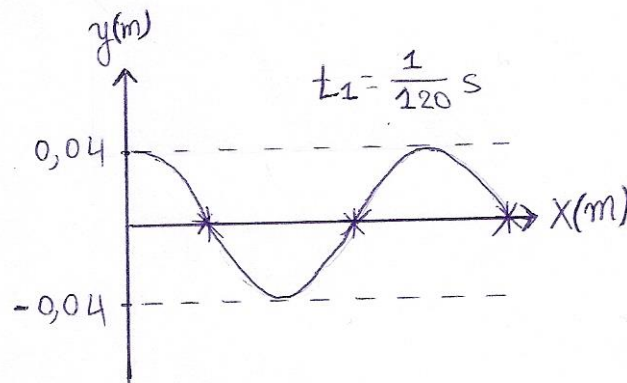
δ) Την $t_1 = 1 / 120$ s η εξίσωση του στάσιμου κύματος γίνεται:

$$\psi = 0,08 \sin(5\pi\chi) \eta\mu\left(20\pi \frac{1}{120}\right) \quad \text{ή}$$

$$\psi = 0,04 \sin(5\pi\chi)$$

Δίνουμε τιμές στο χ της παραπάνω σχέσης ανά $\lambda/4$ και έχουμε:

Για $x = 0$	έχουμε	$\psi = 0,04$ m
Για $x = 0.1$ m	έχουμε	$\psi = 0$
Για $x = 0.2$ m	έχουμε	$\psi = -0,04$ m
Για $x = 0.3$ m	έχουμε	$\psi = 0$
Για $x = 0.4$ m	έχουμε	$\psi = 0,04$ m
Για $x = 0.5$ m	έχουμε	$\psi = 0$



ε) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος για το σημείο Κ ($x_K = + 0,8 \text{ m}$) είναι:
 $\psi_K = 0,08 \sin(5\pi \cdot 0,8) \eta\mu(20\pi t)$ ή

$$\psi_K = 0,08 \eta\mu(20\pi t)$$

Η εξίσωση ταχύτητας είναι: $U = 1,6\pi \sin(20\pi t)$

Για $t = t_1 = \frac{1}{120} \text{ s}$ η ταχύτητα είναι: $U = 0,8\pi\sqrt{3} \text{ m/s}$