

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΦΥΣΙΚΗ

Όν/μο:.....

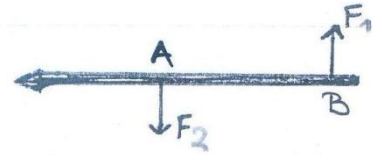
Ύλη:Στερεό

Γ' Λυκείου
Θετ-Τεχν Κατ.
09 -02-14

Θέμα 1^ο:

1) Σε ένα μολύβι που ισορροπεί σε οριζόντια επιφάνεια ασκούμε τις δυνάμεις F_1 και F_2 όπως φαίνεται στο σχήμα .Η συνολική ροπή των δύο δυνάμεων είναι :

- α) μεγαλύτερη ως προς το σημείο Α
- β) μεγαλύτερη ως προς το σημείο Β
- γ) μεγαλύτερη ως προς το μέσο Μ του μολυβιού
- δ) ίδια ως προς κάθε σημείο που ανήκει ή δεν ανήκει στο μολύβι.



Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

(Μov. 5)

2) Ένα αρχικά ακίνητο σώμα

- α) το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα , για να παραμείνει ακίνητο , αρκεί να ισχύει $\Sigma\tau=0$
- β) το οποίο είναι ελεύθερο , για να παραμείνει ακίνητο, αρκεί να ισχύει $\Sigma F=0$.
- γ) αν δεχθεί δυνάμεις που του προκαλούν στροφική κίνηση είναι σίγουρο ότι θα του προκαλέσουν και μεταφορική κίνηση.
- δ) αν δεχθεί δυνάμεις που του προκαλούν μεταφορική κίνηση , είναι σίγουρο ότι θα του προκαλέσουν και στροφική κίνηση.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

(Μov. 5)

3. Αρχικά ακίνητος δίσκος ακτίνας $R=0,4m$ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t=0$ να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του , με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}=5rad/s^2$.

Το μέτρο της επιτάχυνσης ενός οποιουδήποτε σημείου της περιφέρειας του δίσκου τη χρονική στιγμή $t_1 = \sqrt{0,2}s$ ισούται με:

- α) $2m/s^2$
- β) $2\sqrt{2} m/s^2$
- γ) $5m/s^2$
- δ) $12,5m/s^2$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

(Μov. 5)

4. Οριζόντιος δίσκος μάζας M και ακτίνας R περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα $y'y$ που διέρχεται από το κέντρο του. Κάποια στιγμή κολλά στο δίσκο υλικό σημείο μάζας m σε απόσταση $R/2$ από τον άξονα περιστροφής, οπότε το πηλίκο των ροπών αδράνειας, του συστήματος δίσκος-υλικό σημείο και του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής $y'y$ είναι $1,1$. Αν η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα $y'y$ είναι $I_\delta = \frac{1}{2}MR^2$, τότε

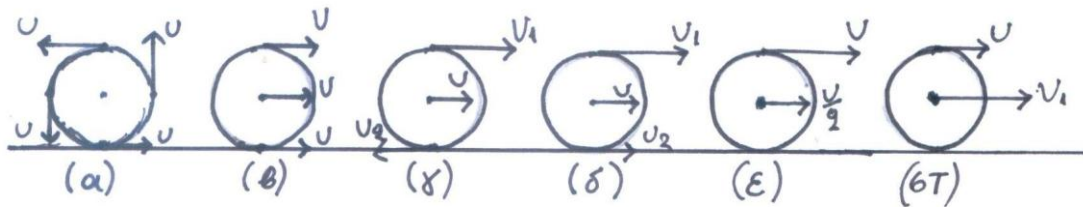
η μάζα του υλικού σημείου είναι :

- α) $0,6M$ β) $0,05M$ γ) $0,2M$ δ) $0,1M$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

(Μοv. 5)

5. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας δίσκος που κινείται :



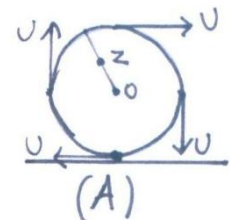
Σε ποια ή ποιες περιπτώσεις ο δίσκος :

- i) εκτελεί μόνο στροφική κίνηση
- ii) εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση
- iii) κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει
- iv) εκτελεί σύνθετη κίνηση
- v) κυλιέται αλλά και ολισθαίνει
- vi) σπινάρει

(Μοv. 5)

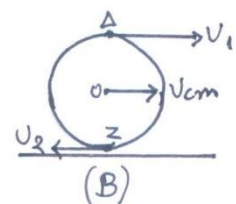
Θέμα 2^ο:

1. α) Στο δίσκο A: Αν η ταχύτητα του κατώτερου σημείου έχει μέτρο v , ποιο το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Z στο μέσο μιας ακτίνας. (Μοv. 2)



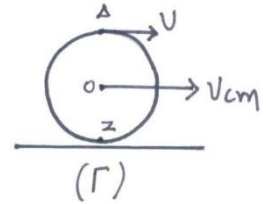
β) Στο δίσκο B: Αν είναι $v_1 = 2v_2 = 12\text{m/s}$ να βρεθεί η ταχύτητα v_{cm} του δίσκου

(Μοv. 3)



γ) Στο τροχό (Γ) : Αν είναι $v_{cm} = 2v = 4m/s$ να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος.

(Μον. 3)



2. Η ροπή αδράνειας ενός ομογενούς και συμπαγούς δίσκου ακτίνας R μάζας M και πάχους Δx ως προς άξονα yy' που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του υπολογίζεται από τον τύπο $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$. Αφαιρούμε από το δίσκο αυτό ένα κυκλικό κομμάτι ακτίνας R/4 και πάχους Δx, που το κέντρο του απέχει από το κέντρο του δίσκου απόσταση R/2. Η ροπή αδράνειας του στερεού που απομένει ως προς τον άξονα περιστροφής yy' ισούται με:

α) $\frac{247}{512}MR^2$ β) $\frac{153}{256}MR^2$ γ) $\frac{57}{128}MR^2$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση (Μον. 2)
 Δικαιολογήσετε την επιλογή σας (Μον. 7)

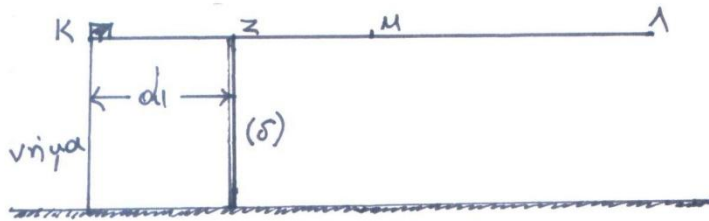
3. Ομογενής ράβδος AB μήκους L και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της A και είναι κάθετος σ' αυτή. Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη σε οριζόντια θέση και κάποια στιγμή αφήνεται ελεύθερη.

Δίνεται για τη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$. Όσπου η ράβδος να φτάσει στην κατακόρυφη θέση της, το μέτρο της γωνιακής της επιτάχυνσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη γωνία φ που σχηματίζει κάθε στιγμή με την αρχική της θέση, σύμφωνα με τη σχέση :

α) $\alpha_{γων} = \frac{6g}{L} \sin\varphi$ β) $\alpha_{γων} = \frac{4g}{L} \sin\varphi$ γ) $\alpha_{γων} = \frac{3g}{2L} \sin\varphi$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση (Μον. 2)
 Δικαιολογήσετε την επιλογή σας (Μον. 7)

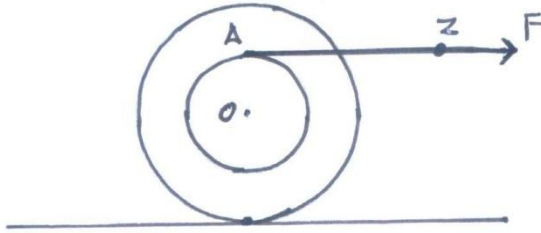
Θέμα 3^ο:



Άκαμπτη ομογενής σανίδα μήκους $L=6\text{m}$ και βάρους $w=400\text{N}$ στηρίζεται σε ένα υποστήριγμα (δ) και ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος, όπως στο σχήμα. Στο άκρο K της σανίδας έχει στερεωθεί μικρό σώμα βάρους $w_1 = 200\text{N}$, οπότε η τάση του νήματος ισούται με μηδέν.

- α) Να υπολογίσετε την απόσταση d_1 του άκρου K από το υποστήριγμα (δ) **(Μον. 6)**
- β) Στη σανίδα ανεβαίνει ένα μικρό παιδί βάρους $w_2=300\text{N}$ και στέκεται ακίνητο στο άκρο της Λ . Να υπολογίσετε το μέτρο της αντίδρασης που δέχεται η σανίδα από το υποστήριγμα. **(Μον. 6)**
- γ) Το παιδί αρχίζει να κινείται προς το άκρο K και φτάνει σε τέτοιο σημείο της σανίδας ώστε μόλις αυτή να μην ανατρέπεται. Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της τάσης του νήματος με την απόσταση x του παιδιού από το άκρο Λ για τη μετακίνηση του αυτή. **(Μον. 6)**
- δ) Το παιδί ξαναγυρνά στο άκρο Λ και εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Αν το όριο θραύσης του νήματος ισούται με $T_{\max} = 1000\text{N}$ και η χρονική διάρκεια εκτίναξης του παιδιού είναι $\Delta t=0,15\text{s}$, να υπολογίσετε την μέγιστη τιμή της ταχύτητας με την οποία μπορεί να εκτιναχθεί το παιδί χωρίς να σπάσει το νήμα. Θεωρήστε ότι κατά τη διάρκεια της εκτίναξης η δύναμη που δέχεται το παιδί από τη σανίδα έχει σταθερό μέτρο. **(Μον. 7)**

Θέμα 4^ο:



Ο ομογενής δίσκος έχει ακτίνα $R=40\text{cm}$ και μάζα $m=5\text{Kg}$. Ο δίσκος διαθέτει λεπτό αυλάκι ακτίνας $r=10\text{cm}$ στο οποίο τυλίγεται αβαρές λεπτό νήμα, το οποίο τραβάμε ασκώντας οριζόντια δύναμη $F=12\text{N}$. Ο κύλινδρος κυλά χωρίς να ολισθαίνει στο δάπεδο.

α) Να βρεθεί η γωνιακή και η μεταφορική επιτάχυνση του δίσκου. (Μον. 6)

β) Να βρεθεί η δύναμη στατικής τριβής που δέχεται από το δάπεδο ο δίσκος. (Μον. 6)

γ) Τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$ να βρεθεί η ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται 10cm πάνω από το σημείο επαφής του δίσκου με το δάπεδο, καθώς επίσης και το μήκος του νήματος που ξετυλίχθηκε. (Μον. 6)

δ) Αν το δάπεδο έχει συντελεστή τριβής $\mu=0,2$ για ποια τιμή της δύναμης F ο δίσκος αρχίζει να ολισθαίνει στο δάπεδο ;
 Είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$ (Μον. 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ)

Θέμα 1^ο:

1. δ

2) α , 3) β , 4) γ ,

5) i) (α) ii) (β) iii) (ε) iv) (γ) , (δ) , (ε) ,(στ) , v) (δ),(στ) vi) (γ)

Θέμα 2^ο:

1. α) Ο δίσκος (Α) εκτελεί μόνο στροφική κίνηση .Όλα τα σημεία έχουν ίδια ω κάθε στιγμή και για τα σημεία της περιφέρειας είναι

$$v = \omega R \quad (1) \text{ ενώ για το σημείο Z είναι } v_Z = \omega \frac{R}{2} \Rightarrow v_Z = \frac{v}{2}$$

β) Ο δίσκος (Β) εκτελεί σύνθετη κίνηση .Στρέφεται προς τα δεξιά αφού $v_1 > v_{cm}$ και ολισθαίνει αφού το σημείο επαφής με το

$$\text{δάπεδο έχει } v_Z = v_2 = \frac{v_1}{2} = 6 \frac{m}{s} \neq 0$$

$$\text{Οπότε για το } \Delta : v_{\Delta} = v_1 = v_{cm} + v_{\gamma\rho} \Rightarrow 12 = v_{cm} + v_{\gamma\rho} \quad (1)$$

$$\text{και για το Z: } v_Z = v_2 = v_{\gamma\rho} - v_{cm} \Rightarrow 6 = v_{\gamma\rho} - v_{cm} \quad (2)$$

$$\text{Από (1)+(2)} \Rightarrow 18 = 2v_{\gamma\rho} \Rightarrow v_{\gamma\rho} = 9m/s$$

$$\text{Από (1)} \Rightarrow v_{cm} = 12 - v_{\gamma\rho} \Rightarrow v_{cm} = 3m/s \quad (v_{\gamma\rho} > v_{cm} \text{ Σπινάρει})$$

γ) Ο τροχός (Γ) εκτελεί σύνθετη κίνηση .Στρέφεται προς τα αριστερά

$$\text{αφού } v < v_{cm} \text{ είναι } v_{\Delta} = \frac{v_{cm}}{2} \Rightarrow v_{\Delta} = 2m/s$$

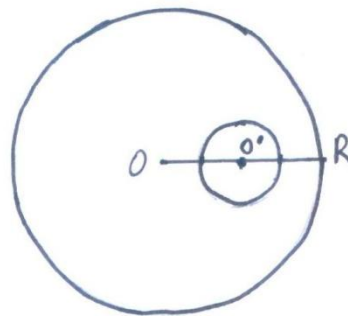
$$\text{Όμως } v_{\Delta} = v_{cm} - v_{\gamma\rho} \Rightarrow v_{\gamma\rho} = v_{cm} - v_{\Delta} = 4 - 2 \Rightarrow v_{\gamma\rho} = 2m/s$$

$$\text{Οπότε } v_Z = v_{cm} + v_{\gamma\rho} = 4 + 2 \Rightarrow v_Z = 6m/s \text{ (ολισθαίνει)}$$

2. $I = I_{\delta} - I_{\delta}' \quad (1)$

είναι για το δίσκο ακτίνας R

$$I_{\delta} = \frac{1}{2}MR^2 \quad (2)$$



Για τον δίσκο ακτίνας $R/4$ εφαρμόζω Θ.Steiner

$$I'_\delta = I_{cm} + M_1 \left(\frac{R}{2} \right)^2 \Rightarrow I'_\delta = \frac{1}{2} M_1 \left(\frac{R}{4} \right)^2 + M_1 \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} M_1 \frac{R^2}{16} + M_1 \frac{R^2}{4}$$

$$I'_\delta = \frac{9}{32} M_1 R^2 \quad (3)$$

Θα βρω τη μάζα M_1 . Είναι d =σταθερή (πυκνότητα)

$$\frac{M}{V} = \frac{M_1}{V_1} \Rightarrow \frac{M}{\pi R^2 \cdot \Delta x} = \frac{M_1}{\pi \left(\frac{R}{4} \right)^2 \cdot \Delta x} \Rightarrow \frac{M}{R^2} = \frac{16M_1}{R^2} \Rightarrow M_1 = \frac{M}{16} \quad (4)$$

$$(3) \Rightarrow I'_\delta = \frac{9}{32} \frac{M}{16} \cdot R^2 = \frac{9}{512} MR^2$$

$$\text{Οπότε (1)} \Rightarrow I = \frac{1}{2} MR^2 - \frac{9}{512} MR^2 \Rightarrow I = \frac{247}{512} MR^2$$

Σωστή η α)

3. Από Θ. Steiner για τη ράβδο έχω :

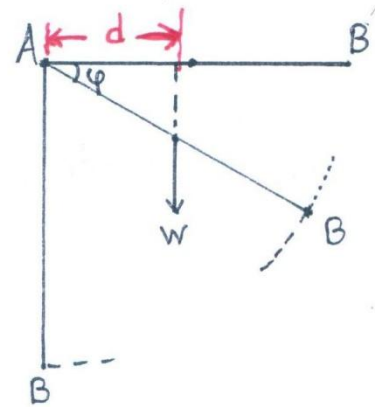
$$I = I_{cm} + M \left(\frac{L}{2} \right)^2 \Rightarrow I = \frac{1}{3} ML^2$$

$$\text{και } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow w \cdot d = \frac{1}{3} ML^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

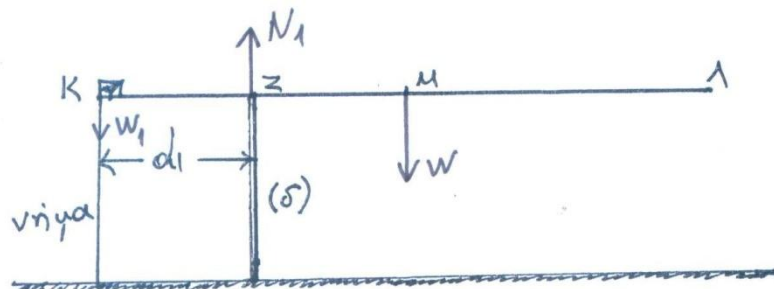
$$M \cdot g \cdot \frac{L}{2} \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1}{3} ML^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g}{2L} \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Σωστή η γ)



Θέμα 3^ο:

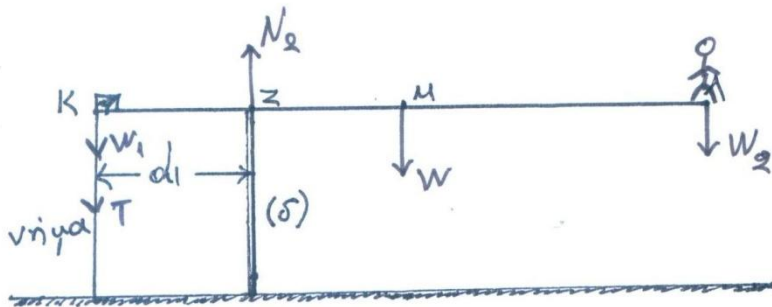


Η ράβδος ισορροπεί οπότε :

$$\Sigma \tau_{(z)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_1} + \tau_{N_1} + \tau_w = 0 \Rightarrow W_1 \cdot d_1 + 0 - w \left(\frac{L}{2} - d_1 \right) = 0$$

$$200d_1 - 400 \left(\frac{6}{2} - d_1 \right) = 0 \Rightarrow d_1 = 2\text{m}$$

β)



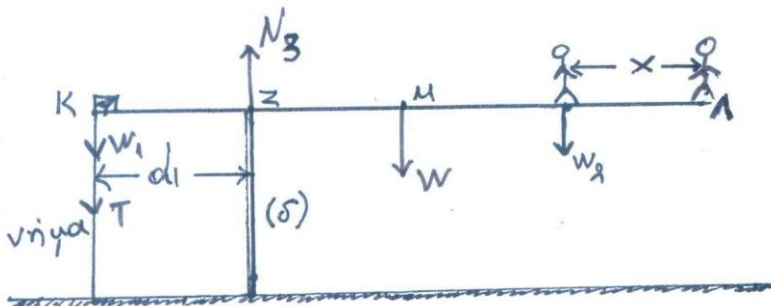
όταν ανεβαίνει το παιδί η ράβδος για να ισορροπεί δέχεται δύναμη και από το νήμα .

$$\text{Είναι : } \Sigma \tau_{(κ)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_1} + \tau_T + \tau_{N_2} + \tau_w + \tau_{w_2} = 0$$

$$0 + 0 + N_2 \cdot d_1 - w \cdot \frac{L}{2} - w_2 \cdot L = 0 \Rightarrow$$

$$N_2 \cdot 2 = 400 \cdot \frac{6}{2} + 300 \cdot 6 \Rightarrow N_2 = 1500\text{N}$$

γ) Καθώς το παιδί μετακινείται πάνω στη σανίδα αυτή ισορροπεί .



$$\text{Είναι : } \Sigma \tau_{(z)} = 0 \Rightarrow \tau_T + \tau_{w_1} + \tau_{N_3} + \tau_w + \tau_{w_2} = 0$$

$$T \cdot d_1 + w_1 \cdot d_1 + 0 - w \left(\frac{L}{2} - d_1 \right) - w_2 (L - d_1 - x) = 0$$

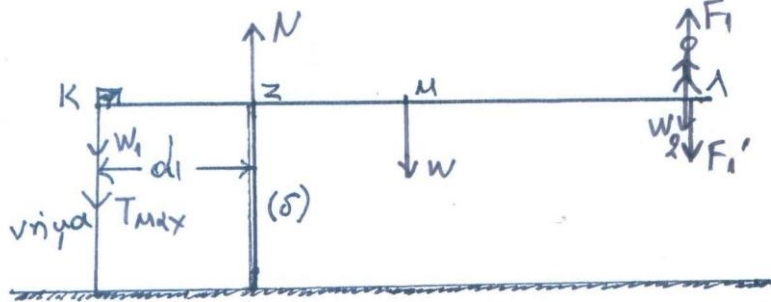
$$T \cdot 2 + 200 \cdot 2 - 400 \cdot 1 - 300(4 - x) = 0$$

$$T = 600 - 150x \text{ (S.I.)}$$

Το νήμα κόβεται και η ράβδος ανατρέπεται όταν

$$T = 0 \Rightarrow x = 4\text{m} \text{ . Άρα } T = 600 - 150x \text{ (S.I.) , για } x \leq 4\text{m}$$

δ)



Όταν το παιδί εκτινάσσεται προς τα πάνω δέχεται από τη σανίδα δύναμη F_1 και ασκεί λόγω δράσης-αντίδρασης δύναμη F_1' σ' αυτή είναι $F_1 = F_1'$. Επίσης τότε η τάση γίνεται T_{Max} .

$$\text{Είναι : } \Sigma \tau_{(z)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_1} + \tau_{T_{Max}} + \tau_N + \tau_w + \tau_{F_1'} = 0 \Rightarrow$$

$$w_1 \cdot d_1 + T_{Max} \cdot d_1 + 0 - w \left(\frac{L}{2} - d_1 \right) - F_1' (L - d_1) = 0 \Rightarrow$$

$$F_1' = 500\text{N} = F_1.$$

Κατά τη διάρκεια της εκτίναξης του παιδιού ισχύει :

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F \Rightarrow F_1 - w_2 = \frac{P_{\tau\epsilon\lambda} - P_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \Rightarrow (F_1 - w_2) \cdot \Delta t = m_2 \cdot v_{\epsilon\kappa\tau} = 0$$

$$v_{\epsilon\kappa\tau} = \frac{(F_1 - w_2) \Delta t}{m_2} \Rightarrow v_{\epsilon\kappa\tau} = 1\text{m/s}$$

Θέμα 4^ο:

α) Η δύναμη F προκαλεί και μεταφορά και περιστροφή στο δίσκο .

Οπότε η φορά της $T_{\sigma\tau}$ είναι τυχαία. Έστω προς τα αριστερά.
 Αφού κυλά χωρίς ολίσθηση ισχύει $v_{cm} = \omega \cdot R$ και $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$

$$\Sigma F_x = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow F - T_{\sigma\tau} = m \cdot \alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \quad (2)$$

$$\text{και } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot r + T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$F \cdot r + T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2} m R \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow F \frac{r}{R} + T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} m \alpha_{cm} \quad (4)$$

$$(1)+(4) \Rightarrow F + F \frac{r}{R} = \frac{3}{2} m \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2F(R+r)}{3mR} \quad (5) \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{και } \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5 \text{ rad/s}^2$$

β) Από (1) $T_{\sigma\tau} = F - m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 2 \text{ N}$

γ) Την $t=4\text{s}$ είναι : $v_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow v_{cm} = 8 \text{ m/s}$

$$\text{Αφού κυλά χωρίς ολίσθηση } v_{cm} = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v_{cm}}{R} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

Το σημείο που βρίσκεται 10cm πάνω από το σημείο επαφής του δίσκου με το δάπεδο έχει ακτίνα περιστροφής

$$r' = 0,4 - 0,1 \Rightarrow r' = 0,3 \text{ m και θα έχει ταχύτητα :}$$

$$v = v_{cm} - v_{\gamma\rho} = v_{cm} - \omega \cdot r' = 8 - 20 \cdot 0,3 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

το μήκος του νήματος που ξετυλίχθηκε είναι :

$$\ell = r \cdot \theta = r \cdot \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 = 0,1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 \Rightarrow \ell = 4 \text{ m}$$

δ) Για να κυλά ο δίσκος χωρίς ολίσθηση πρέπει :

$$T_{\sigma\tau} \leq T_{\sigma\tau(Max)} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \mu \cdot N \Rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \mu mg \quad (6)$$

Η (1) λόγω της (5) γίνεται :

$$F - T_{\sigma\tau} = \frac{m \cdot 2F \cdot (R+r)}{3mR} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = F - \frac{2F(R+r)}{3R}$$

$$T_{\sigma\tau} = \frac{3FR - 2FR - 2Fr}{3R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{F \cdot (R - 2r)}{3R}$$

$$T_{\sigma\tau} = F \cdot \frac{(0,4 - 2 \cdot 0,1)}{3 \cdot 0,4} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{F}{6} \quad (7)$$

$$\text{Από (6) , (7)} \Rightarrow \frac{F}{6} \leq \mu mg \Rightarrow F \leq 6\mu mg$$

$$F \leq 60N$$

Άρα $F_{\max} = 60N$ για κύλιση χωρίς ολίσθηση .

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ