

Θέμα 1*

- A. Ένα σύνολο είναι κλειστό $2^{\mathbb{R}}$ αν και μόνο αν (8 πόντοι)
- B. Δύο σύνολα είναι κλειστά αν και μόνο αν (7 πόντοι)
- Γ. Να προσδιορίσει αν (2) είναι κλειστό ως προς την πολλαπλασιαστική πράξη (7 πόντοι)
- Δ. Αν το σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση, τότε (5 πόντοι)
- Ε. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- ΣΤ. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Ζ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Η. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Θ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Ι. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Κ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Λ. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Μ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Ν. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Ξ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Ο. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Π. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Ρ. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Σ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Τ. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Υ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Φ. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Χ. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Ψ. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Ω. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)
- Α. Κάθε σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (5 πόντοι)
- Β. Αν $a \in \mathbb{R}$, τότε $\frac{a}{2} \in \mathbb{R}$ (5 πόντοι)

Θέμα 2*

- A. Να λυθεί το σύστημα (2 πόντοι)
- Β. Να προσδιορίσει αν το σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ είναι κλειστό ως προς τη διαίρεση (2 πόντοι)

Α. Έστω a και b αριθμοί τέτοιοι ώστε να ισχύει $a^2 + b^2 = 1$. Να βρεθεί το εύρος των τιμών της παράστασης $\frac{a}{b}$. (7 πόντοι)

Β.1. Αν $a < 3$, να αποδείξετε ότι $4a^2 - 3a > 0$. (2x4=8 πόντοι)

Β.2. Να αποδείξετε ότι $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$. (2x4=8 πόντοι)

Γ.1. Αν $-2 < x < 8$ και $1 < y < 2$ να αποδείξετε ότι $0 < 3x + 2y < 48$.

Γ.2. Να βρείτε τις ακριβείς λύσεις των εξισώσεων:

$$\frac{x-1}{2} + x + 1 = -2x - 2x + 4(-1 - 3x)$$

(2x5=10 πόντοι)

Βήμα 4^ο:

Α. Στο τετράγωνο $ABCD$ είναι σημειωμένα τα σημεία E και F στα μέρη των πλευρών AD και BC αντίστοιχα, ώστε να ισχύει $AE = CF$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, E, C, F είναι συνευθειακά. (9 πόντοι)



Β. Στο τετράγωνο $ABCD$ είναι σημειωμένα τα σημεία E και F στα μέρη των πλευρών AD και BC αντίστοιχα, ώστε να ισχύει $AE = CF$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, E, C, F είναι συνευθειακά. (9 πόντοι)



(2x4=8 πόντοι)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΘΥΜΙΑ

Άσκηση 17: Α. Εξισώστε τον αριθμό που βρίσκεται στην αριστερά της ισότητας με τον αριθμό που βρίσκεται στην δεξιά της ισότητας.

Β. Δοθέντος ενός αριθμού υπολογίστε τον αριθμό που βρίσκεται στην αριστερά της ισότητας με τον αριθμό που βρίσκεται στην δεξιά της ισότητας.

Γ. Δεδομένου ενός αριθμού υπολογίστε τον αριθμό που βρίσκεται στην αριστερά της ισότητας με τον αριθμό που βρίσκεται στην δεξιά της ισότητας.

Δ. Δεδομένου ενός αριθμού υπολογίστε τον αριθμό που βρίσκεται στην αριστερά της ισότητας με τον αριθμό που βρίσκεται στην δεξιά της ισότητας.

Ε. Δεδομένου ενός αριθμού υπολογίστε τον αριθμό που βρίσκεται στην αριστερά της ισότητας με τον αριθμό που βρίσκεται στην δεξιά της ισότητας.

Σημείωση: $x^2 + 6x + 3 = 0$ γινόμενο: $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 36 - 12 = 24 > 0$ άρα έχει 2 ρίζες: $x_1 = \frac{-6 + \sqrt{24}}{2} = -3 + \sqrt{6}$, $x_2 = \frac{-6 - \sqrt{24}}{2} = -3 - \sqrt{6}$.

Β. $(x + 2)^2 + (x - 1)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 6x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$
 $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 36 + 12 = 48 > 0$
 $x = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{3}$

Γ. $(x - 2)^2 + (x + 1)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 - 4x + 4 + x^2 + 2x + 1 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
 $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = 1 \pm 2$
 $x_1 = 3, x_2 = -1$

Δ. $(x - 1)^2 + (x + 2)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 6x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$
 $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 36 + 12 = 48 > 0$
 $x = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{3}$

Ε. $(x + 1)^2 + (x - 2)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
 $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = 1 \pm 2$
 $x_1 = 3, x_2 = -1$

Σημείωση: $x^2 + 6x + 3 = 0$ γινόμενο: $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 36 - 12 = 24 > 0$ άρα έχει 2 ρίζες: $x_1 = \frac{-6 + \sqrt{24}}{2} = -3 + \sqrt{6}$, $x_2 = \frac{-6 - \sqrt{24}}{2} = -3 - \sqrt{6}$.

Β. $(x + 2)^2 + (x - 1)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 6x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$
 $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 36 + 12 = 48 > 0$
 $x = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{3}$

Γ. $(x - 2)^2 + (x + 1)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 - 4x + 4 + x^2 + 2x + 1 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
 $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = 1 \pm 2$
 $x_1 = 3, x_2 = -1$

Δ. $(x - 1)^2 + (x + 2)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 6x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$
 $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 36 + 12 = 48 > 0$
 $x = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{3}$

Ε. $(x + 1)^2 + (x - 2)^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$
 $-x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
 $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = 1 \pm 2$
 $x_1 = 3, x_2 = -1$

$(a+b)^2 + 4ab \geq -8b^2 \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 + 4ab \geq -8b^2 \Leftrightarrow$
 $a^2 + 2ab + 9b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$


$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

$(a+3b)^2 \geq 0$

Θέμα 1

A. 

Είναι $AB \parallel CD$, AC και BD διαστέλλονται στο σημείο E . Η απόσταση από το E μέχρι το κάτω άκρο της τραπεζίδας είναι h . Το μήκος του άνω άκρου της τραπεζίδας είναι 6 cm. Το μήκος του κάτω άκρου της τραπεζίδας είναι 18 cm.

B. 

Γ. Το τρίγωνο ABC είναι ορθογώνιο, ορθογώνιο στο B . $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$.

Δ. Το τρίγωνο ABC είναι ορθογώνιο, ορθογώνιο στο A . $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$.

Ε. Το τρίγωνο ABC είναι ορθογώνιο, ορθογώνιο στο C . $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$.

