ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ον/μο:……………….. **Γ΄ Λυκείου**

Ύλη: Ταλαντώσεις **Θετ.-Τεχν Κατ.**

29-09-13

<u>Θέμα 1ο:</u>

1. Δύο σώματα (1) και (2) με ίσες μάζες ($m_1=m_2$) εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με περίοδο T_1 και T_2 και πλάτος A_1 και A_2 αντίστοιχα .Αν για τις περιόδους ισχύει $T_1=2T_2$ και για τα πλάτη ισχύει $A_1=4A_2$ τότε για τις ενέργειες ταλάντωσης είναι :
α) $E_1=E_2$, β) $E_1=2E_2$, γ) $E_2=2E_1$, δ) $E_1=4E_2$
Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον. 5)**

2. Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις .Η ενέργεια ταλάντωσης του κυκλώματος:
α) μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο
β) εμφανίζεται συνεχώς ως ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου
γ) μεγιστοποιείται κάθε T/2
δ) μένει συνέχεια σταθερή
Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.5)**

3. Μηχανικό σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με πολύ μικρή απόσβεση ,Αν αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης τότε ελαττώνεται :
α) το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης
β) η ιδιοσυχνότητα του συστήματος
γ) η ενέργεια του συστήματος
δ) η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος
Κυκλώστε τη λάθος απάντηση **(Μον.5)**

4. Μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις μηδενικής αρχικής φάσης , με παραπλήσιες συχνότητες, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας . Εξαιτίας της περιοδικής κίνησης που εκτελεί , το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κάθε $5\cdot 10^{-3}$s και τα διακροτήματα που εμφανίζονται έχουν συχνότητα 4Hz . Οι συχνότητες των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων f_1 , f_2 ($f_2>f_1$) μπορεί να είναι :

α) $f_1 = 100Hz$, $f_2 = 102Hz$.
β) $f_1 = 100Hz$, $f_2 = 104Hz$.
γ) $f_1 = 98Hz$, $f_2 = 104Hz$
δ) $f_1 = 98Hz$, $f_2 = 102Hz$
Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.5)**

5. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση όταν η απομάκρυνση δίνεται από τη σχέση x=Αημωt τότε :
α) η επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση $\alpha = \alpha_{max}\eta\mu\omega t$.
β) η απομάκρυνση παίρνει την μέγιστη τιμή κάθε Τ/4 .
γ) η ταχύτητα ελαττώνεται με το χρόνο .
δ) η δύναμη επαναφοράς δίνεται από τη σχέση $F = -m \cdot \alpha_{max} \cdot \eta\mu\omega t$
Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.5)**

Θέμα 2^o:

1. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ θετική σταθερά . Στο τέλος των 10 πρώτων ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο $\frac{1}{4}$ του αρχικού . Αν γίνουν επιπλέον από τις 10 άλλες 15 ταλαντώσεις , τότε στο τέλος των ταλαντώσεων αυτών το πλάτος θα ισούται με :
α) $\frac{A_0}{16}$ **β)** $\frac{A_0}{32}$ **γ)** $\frac{A_0}{25}$
Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.2)**
Αιτιολογήστε **(Μον.6)**

2. Το φορτίο ενός πυκνωτή ο οποίος συμμετέχει σε ταλαντούμενο ιδανικό κύκλωμα LC μηδενίζεται 1000 φορές σε κάθε sec .Η χρονική εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή είναι της μορφής $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$
α) Όταν η ενέργεια του πυκνωτή είναι ίση με το $\frac{1}{3}$ της ενέργειας του πηνίου , το φορτίο του πυκνωτή ισούται με :

i) $q = \pm \frac{Q}{2}$ **ii)** $q = \pm \frac{Q\sqrt{3}}{2}$ **iii)** $q = \pm \frac{Q\sqrt{2}}{2}$

Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.1)**

Αιτιολογήστε **(Μον.3)**

β) Η χρονική στιγμή που για πρώτη φορά η ενέργεια του πυκνωτή ισούται με το $\frac{1}{3}$ της ενέργειας του πηνίου είναι η

i) $\frac{1}{3}10^{-3}s$ **ii)** $\frac{1}{6}10^{-6}s$ **iii)** $\frac{1}{12}10^{-2}s$

Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.1)**

Αιτιολογήστε **(Μον.4)**

3. Αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = 0{,}4ημ\left(10t + \frac{π}{2}\right)$ και $x_2 = 0{,}3ημ\left(10t + \frac{3π}{2}\right)$ (S.I) οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας .

α) το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης ισούται με :

i) 0,65m **ii)** 0,5m **iii)** 0,1m .

Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.1)**

Αιτιολογήστε **(Μον.3)**

β) Η διαφορά φάσης μεταξύ της συνισταμένης ταλάντωσης $x = f(t)$ και της συνιστώσας ταλάντωσης $x_1 = f(t)$ ισούται με :

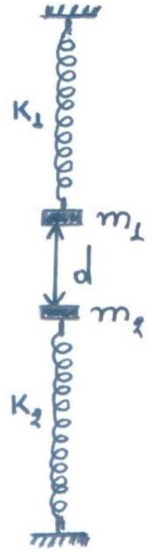
i) μηδέν **ii)** $\frac{π}{2}$rad **iii)** π rad

Κυκλώστε τη σωστή απάντηση **(Μον.1)**

Αιτιολογήστε **(Μον.3)**

Θέμα 3^o:

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1=4kg και m_2=2kg ηρεμούν όπως στο διπλανό σχήμα,στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές $\kappa_1 = \kappa_2 = 100 N/m$, απέχοντας κατακόρυφη απόσταση d . Εκτρέπουμε το Σ_1 προς τα πάνω κατά y_1=0,4m και την t=0 το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί .



i) Να αποδειχθεί ότι το Σ_1 θα εκτελέσει Α.Α.Τ **(Μον.4)**

ii) Να υπολογιστεί η περίοδος και η ενέργεια ταλάντωσής του . **(Μον.4)**

iii) Αν τη στιγμή $t_1 = \frac{2\pi}{15} s$ το Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_2 να βρεθούν :

α) Η αρχική απόσταση d των σωμάτων . **(Μον.5)**

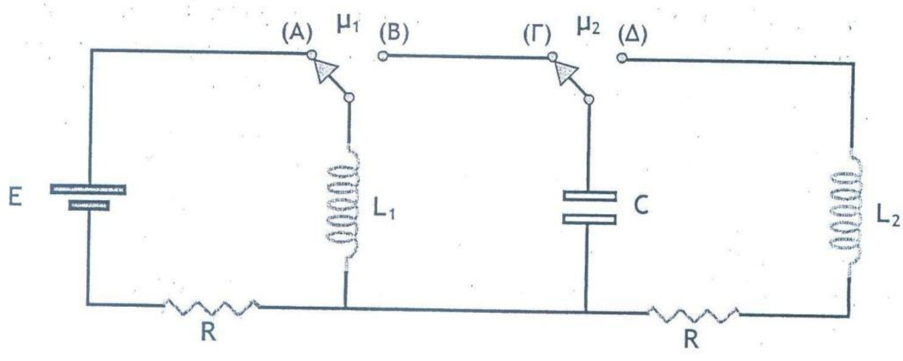
β) Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση . **(Μον.5)**

γ) Η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση . **(Μον.7)**

g=10m/s^2 (θετική φορά , προς τα πάνω)

Θέμα 4^o:

Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη Ε=2V και μηδενική εσωτερική αντίσταση , οι ωμικοί αντιστάτες έχουν αντίσταση R=10Ω , ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C = 5 \cdot 10^{-6} F$, το πηνίο L , έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L_1=200mH και το πηνίο L_2 έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L_2 = 4mH$. Αρχικά ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος , ο μεταγωγός μ_1 είναι στη θέση (Α) , ο μεταγωγός μ_2 είναι στη θέση (Γ) και το πηνίο L_1 διαρρέεται από σταθερό ρεύμα .Στρέφουμε το μεταγωγό μ_1 στη θέση (Β) και το κύκλωμα L_1C αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση .Κάποια χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C είναι μηδέν , στρέφουμε το μεταγωγό μ_2 στη θέση (Δ) και το κύκλωμα RL_2C αρχίζει να εκτελεί φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση .



Να βρείτε :

α) τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C . **(Μον.6)**

β) την ενέργεια E_1 της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C . **(Μον.6)**

γ) το λόγο $\frac{U_E}{U_B}$ της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου στο κύκλωμα L_1C , τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το φορτίο του πυκνωτή είναι $q = 10^{-4}C$. **(Μον.7)**

δ) τη θερμότητα Q_R που ρέει από το κύκλωμα RL_2C προς το περιβάλλον , από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι $Q_1 = 5 \cdot 10^{-5}C$ **(Μον.6)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1ο:

1) δ , **2)**δ , **3)** β , **4)**δ, **5)**δ

Θέμα 2ο:

1) β

$$\text{Για } t_1 = 10T: \frac{A_0}{4} = A_0 e^{-\Lambda t_1} \Rightarrow \frac{1}{4} = e^{-\Lambda 10T} \Rightarrow \ln\frac{1}{4} = \ln e^{-\Lambda 10T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\ln 4 = -\Lambda 10T \Rightarrow \Lambda T = \frac{\ln 2^2}{10} \Rightarrow \Lambda T = \frac{2\ln 2}{10} \quad (1)$$

$$\text{Για } t_2 = (10+15)T \Rightarrow t_2 = 25T: A = A_0 e^{-\Lambda t_2} \Rightarrow A = A_0 e^{-\Lambda 25T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = A_0 e^{-25\cdot\frac{2\ln 2}{10}} = A_0 e^{-5\ln 2} \Rightarrow A = A_0 e^{-\ln 2^5} = \frac{A_0}{e^{\ln 2^5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{A_0}{2^5} \Rightarrow A = \frac{A_0}{32}$$

2) α) i)

$$\text{Είναι } U_E = \frac{1}{3}U_B \Rightarrow U_B = 3U_E \quad (1)$$

$$\text{Από ΑΔΕ έχω}: U_E + U_B = E \overset{(1)}{\Rightarrow} U_E + 3U_E = E \Rightarrow$$

$$4U_E = E \Rightarrow 4\frac{1}{2}\cdot\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} \Rightarrow q = \pm\frac{Q}{2}$$

β) i)

Σε 1 sec μηδενίζεται το φορτίο 1000 φορές

Σε T sec μηδενίζεται το φορτίο 2 φορές

άρα $1000T = 2\cdot 1\text{sec} \Rightarrow T = 2\cdot 10^{-3}\,\text{s}$ και

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\cdot 10^{-3}} \Rightarrow f = 500\text{Hz} \text{ οπότε } \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 1000\pi \text{ rad/s}$$

Αφού $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$ την t=0 είναι q=+Q και αρχίζει να ελαττώνεται .Άρα αποκτά πρώτα την τιμή $q = \frac{Q}{2}$.Είναι $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow \frac{Q}{2} = Q\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega t = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega t = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$t = \frac{2\kappa\pi}{\omega} + \frac{\pi}{3\omega}$ ή $t = \frac{2\kappa\pi}{\omega} - \frac{\pi}{3\omega}$

κ=0 : $t_1 = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{\pi}{3 \cdot 1000\pi}$ κ=0 t<0 απορ.

$t_1 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-3} s$ κ=1 $t_2 = \frac{2\pi}{\omega} - \frac{\pi}{3\omega} \Rightarrow$

$t_2 = \frac{5\pi}{3\omega} = \frac{5}{3} \cdot 10^{-3} s$

άρα δεκτή η $t_1 = \frac{1}{3} 10^{-3} s$

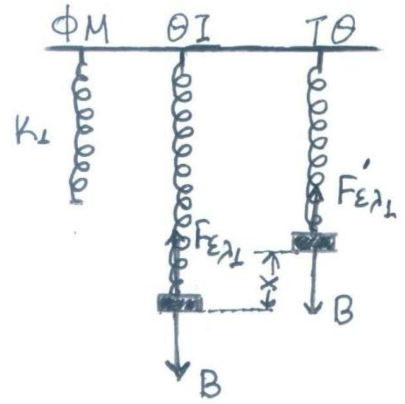
3) α) iii)

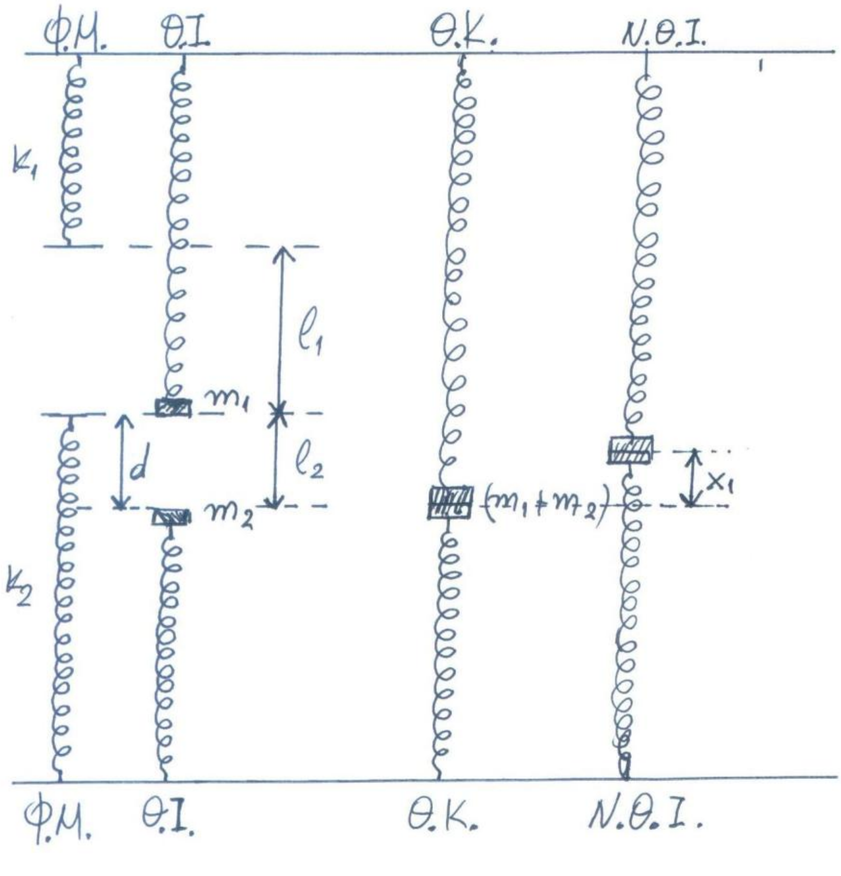
Είναι $\Delta\varphi = 10t + \frac{3\pi}{2} - 10t - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi \text{ rad}$

Οπότε $A = A_1 - A_2 = 0,4 - 0,3 \Rightarrow A = 0,1m$

β) Η φάση της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με τη φάση της συνιστώσας ταλάντωσης που έχει το μεγαλύτερο πλάτος δηλ. της $x_1 = f(t)$.Συνεπώς η φάση της σύνθετης ταλάντωσης είναι $\varphi = 10t + \frac{\pi}{2}$. Η διαφορά φάσης μεταξύ της $x = f(t)$ και της $x_1 = f(t)$ είναι μηδέν αφού οι φάσεις τους ταυτίζονται .

Θέμα 3ο:





i) Για τη Θ.Ι του Σ_1 ισχύει : $\Sigma F = 0 \Rightarrow B - F_{\varepsilon\lambda_1} = 0$

$B = F_{\varepsilon\lambda_1} \Rightarrow m_1 g = \kappa_1 l_1 \quad (1)$

Για την Τ.θ του Σ_1 είναι : $\Sigma F = F'_{\varepsilon\lambda_1} - B \Rightarrow$

$$\Sigma F = \kappa_1 \ l_1 - x \ - m_1 g = \kappa_1 l_1 - \kappa_1 x - m_1 g \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F = -\kappa_1 x$$

άρα το Σ_1 εκτελεί Α.Α.Τ με $D=\kappa_1$

ii) Από (1) $\Rightarrow l_1 = \dfrac{m_1 g}{\kappa_1} = \dfrac{4\cdot 10}{100} \Rightarrow l_1 = 0,4\text{m}$

όμως $y_1 = l_1 \Rightarrow A = l_1 = 0,4\text{m}$

Άρα η Θ.Φ.Μ συμπίπτει με την Π.Α.Θ .

Είναι $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{4}{100}} \Rightarrow T_1 = 0,4\pi \text{ s}$, $\omega_1 = 5\text{rad/s}$

και $E_1 = \dfrac{1}{2}\kappa_1 A^2 = \dfrac{1}{2}100\cdot 0,4^2 \Rightarrow E_1 = 8\text{J}$

iii) Την t=0 είναι $y_1 = +A$ άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad

οπότε $y_1 = 0,4\eta\mu\left(5t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (2) και $\upsilon_1 = 2\sigma\upsilon\nu\left(5t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (3)

την $t_1 = \dfrac{2\pi}{15}\text{s}$ το Σ_1 βρίσκεται στη θέση :

$$(1) \Rightarrow y_1' = 0,4\eta\mu\left(5\cdot\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,4\eta\mu\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 0,4\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} = -0,4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \Rightarrow y_1' = -0,2\text{m}$$

και έχει ταχύτητα :

$$(2) \Rightarrow \upsilon_1 = 2\sigma\upsilon\nu\left(5\cdot\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{2}\right) = -2\eta\mu\frac{2\pi}{3} = -2\eta\mu\frac{\pi}{3} \Rightarrow \upsilon_1 = -\sqrt{3}\ \text{m/s}$$

Για το Σ_2 στην Θ.Ι ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow B = F_{\varepsilon\lambda_2} \Rightarrow m_2 g = \kappa_2 l_2 \Rightarrow l_2 = \frac{m_2 g}{\kappa_2}$$

$$\Rightarrow l_2 = \frac{2\cdot 10}{100} \Rightarrow l_2 = 0,2\text{m}$$

α) Άρα $y_1' = l_2$ δηλ η Θ.Φ.Μ του m_2 συμπίπτει με την Θ.Ι του m_1 .

Άρα η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι d=0,2 m .

β) Εφαρμόζω Α.Δ.Ο για την κρούση .

$P_{\pi\rho\iota\nu} = P_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\cdot\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\cdot\upsilon_K \Rightarrow$

$$\upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{4(-\sqrt{3})}{4+2} \Rightarrow \upsilon_\kappa = -\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{m/s}$$

άρα $K = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}(4+2)\cdot\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2$ K=4J

γ) Στη θέση κρούσης είναι : $m_1 g + m_2 g = 60N$

ενώ $F_{\varepsilon\lambda_1} + F_{\varepsilon\lambda_2} = K_1 \cdot \left(l_1 + d\right) + K_2 \cdot d = 60 + 20 = 80N$

Άρα η Ν.Θ.Ι είναι έστω σε απόσταση x_1 πάνω από το σημείο κρούσης .

Θα είναι $\Sigma F = 0 \Rightarrow K_1\left(l_1 + d - x_1\right) + K_2\left(d - x_1\right) =$

$= \left(m_1 + m_2\right) g \Rightarrow x_1 = 0{,}1m.$

Άρα $E = U + K \Rightarrow E = \frac{1}{2}\left(\kappa_1 + \kappa_2\right)x_1^2 + K$

E=5J

<u>Θέμα 4ο:</u>

α) Επειδή το πηνίο L_1 διαρρέεται από σταθερό ρεύμα I_0 ισχύει :

$E = I_0 \cdot R_{o\lambda} \Rightarrow I_0 = 0{,}2A$

Όταν στρέψουμε το μεταγωγό μ_1 στη θέση (Β) , λόγω αυτεπαγωγής, το πηνίο στιγμιαία εξακολουθεί να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα I_0. Επειδή αρχικά ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος , αυτή θα είναι η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C:I_1=0,2A

β) Η ενέργεια του κυκλώματος L_1C βρίσκεται από τη σχέση

$E_1 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ (1) .

Από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{L_1 C}$ υπολογίζουμε την περίοδο ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C:¨

$T = 2\pi\sqrt{L_1 C} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{0{,}2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}s \Rightarrow T = 2\pi \cdot 10^{-3}s$

Από τη σχέση $\omega = \frac{2\pi}{T}$ έχουμε : $\omega = 10^3\frac{rad}{s}$

Από τον τύπο $I = \omega Q$ βρίσκουμε το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή:

$Q = \frac{I_1}{\omega} \Rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-4}C$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε $E_1 = 4 \cdot 10^{-3}J$

γ) Επειδή $U_B = E - U_E$, έχουμε :

$$\frac{U_E}{U_B} = \frac{U_E}{E - U_E} \Rightarrow \frac{U_E}{U_B} = \frac{\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} - \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}} \Rightarrow \frac{U_E}{U_B} = \frac{q^2}{Q^2 - q^2} \Rightarrow$$

$$\frac{U_E}{U_B} = \frac{10^{-8}\,J}{\left(4\cdot 10^{-8} - 10^{-8}\right)J} \Rightarrow \frac{U_E}{U_B} = \frac{10^{-8}\,J}{3\cdot 10^{-8}\,J} \Rightarrow \frac{U_E}{U_B} = \frac{1}{3}$$

δ) Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0=0$, που στρέψαμε το μεταγωγό μ_2 στη θέση (Δ) , η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C είναι μηδέν , το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο , δηλαδή ισούται με $Q = 2\cdot 10^{-4}\,C$.Αυτό είναι το φορτίο Q_0 του πυκνωτή τη χρονική στιγμή t_0 , δηλαδή $Q_0 = 2\cdot 10^{-4}\,C$.

Η θερμότητα Q_R που ρέει από το κύκλωμα RL_2C προς το περιβάλλον , από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , ισούται με την απώλεια ενέργειας E_0-E_1 από το κύκλωμα , στο ίδιο χρονικό διάστημα :

$$Q_R = E_0 - E_1 = \frac{1}{2C}Q_0^2 - \frac{1}{2C}Q_1^2 = \frac{1}{2C}(Q_0^2 - Q_1^2)$$

$$Q_R = \frac{1}{2\cdot 5\cdot 10^{-6}}\left[2^2\cdot(10^{-4})^2 - 5^2\cdot(10^{-5})^2\right]$$

$$Q_R = 3{,}75\cdot 10^{-3}\,J$$