ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

65

Ον/μο:.................... **Γ' Γυμνασίου**
Ύλη : Γεωμετρία **24 -02-15**

Θέμα 1^{ο} :

Α. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια; **(8 μον.)**

Β. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων. **(7 μον.)**

Γ. Να χαρακτηρίσετε με **(Σ)** Σωστό ή **(Λ)** Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

i. Η διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου είναι ύψος και διχοτόμος του. **Σ Λ**

ii. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του. **Σ Λ**

iii. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια με λόγο ομοιότητας 2, τότε ο λόγος των περιμέτρων τους είναι 2. **Σ Λ**

iv. Τα τρίγωνα ανάλογα με το είδος των γωνιών τους, χωρίζονται σε ισόπλευρα, ισοσκελή και σκαληνά. **Σ Λ**

v. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, είναι ίσα. **Σ Λ**

(5x2=10 μον.)

Θέμα 2^{ο} :

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και ακτίνας ρ. Στη συνέχεια φέρουμε δύο ίσες χορδές ΑΒ και ΑΓ (όχι διαμέτρους).

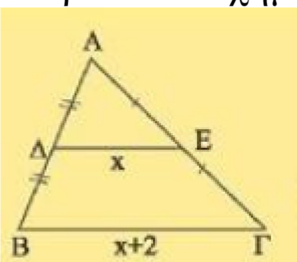
Α. Να αποδείξετε ότι οι γωνίες ΟΑΓ και ΟΑΒ είναι ίσες. **(13 μον.)**

Β. Να αποδείξετε ότι τα αποστήματα των χορδών(τα κάθετα ευθύγραμμα τμήματα από το Ο προς τις χορδές) είναι ίσα. **(12 μον.)**

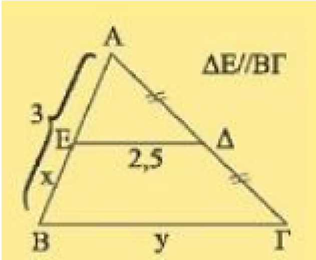
Θέμα 3^{ο} :

Στα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε το x και το y.

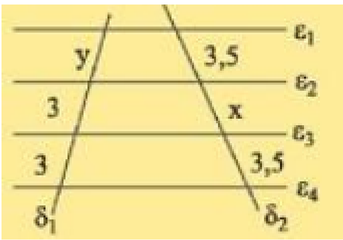
Α.



(8 μον.)

Β. 

(9 μον.)

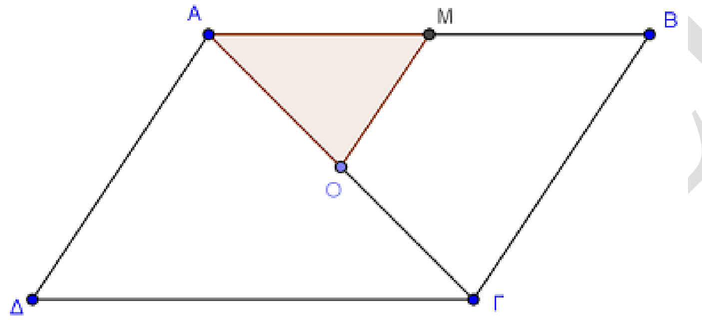
Γ. 

$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$

(8 μον.)

<u>Θέμα 4ο</u> :

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, το Μ είναι μέσο του ΑΒ και ΜΟ//ΒΓ .



Α. Να δείξετε ότι το Ο είναι μέσο της ΑΓ . **(6 μον.)**
Β. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΓ , ΑΒΓ είναι ίσα . **(7 μον.)**
Γ. Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των τριγώνων ΑΟΜ , ΑΒΓ . **(8 μον.)**
Δ. Αν το εμβαδό του τριγώνου (ΑΜΟ) είναι 5 τ.μ να βρείτε το εμβαδό του (ΑΒΓΔ) . **(4 μον.)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>(Ενδεικτικές)

<u>Θέμα 1^ο</u> :

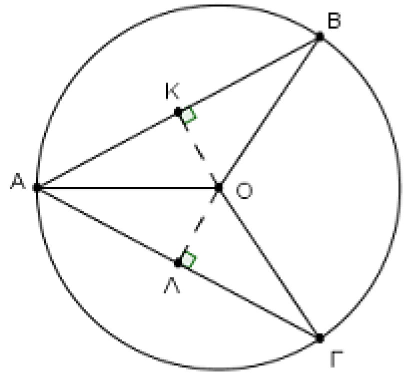
Α. Δύο πολύγωνα είναι όμοια όταν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες μία προς μία.

Β. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν:

- Δύο πλευρές ίσες μία προς μία.
- Μία οξεία γωνία και μία πλευρά ίσες μία προς μία.

Γ. i.Λ **ii.** Σ **iii.** Σ **iv.** Λ **v.** Λ

<u>Θέμα 2^ο</u> :



Α. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΑΟΒ:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\text{ΑΟ}: \text{κοινή} \\ 2.\text{ΟΒ} = \text{ΟΓ}(\text{ως ακτίνες}) \\ 3.\text{ΑΟΒ} = \text{ΑΟΓ}(\text{κατακορυφήν}) \end{array}\right\} \overset{\Pi-\Gamma-\Pi}{\Rightarrow} \text{Τα τρίγωνα είναι ίσα.}$$

Οπότε οι γωνίες ΟΑΒ και ΟΑΓ είναι ίσες.

Β. Φέρουμε τα αποστήματα ΟΚ και ΟΛ.

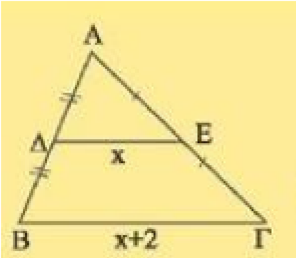
Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΚΟ και ΑΛΟ:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\text{ΑΟ}: \text{κοινή} \\ 2.\text{ΟΑΒ} = \text{ΟΑΓ}(\text{προηγ.σύγκριση}) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Τα ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία}$$

πλευρά και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία άρα είναι ίσα.
Επομένως τα αποστήματα ΟΚ και ΟΛ είναι ίσα.

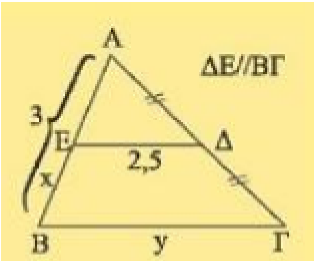
<u>Θέμα 3ο</u> :

Α.



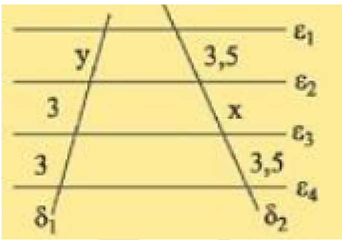
Στο τρίγωνο ΑΒΓ το Δ είναι μέσο της ΑΒ και το Ε μέσο της ΑΓ.
Άρα θα είναι ΔΕ//ΒΓ. Οπότε έχουμε ότι:
$\mathrm{B\Gamma} = 2\Delta\mathrm{E} \Leftrightarrow x + 2 = 2x \Leftrightarrow 2x - x = 2 \Leftrightarrow x = 2$.

Β.



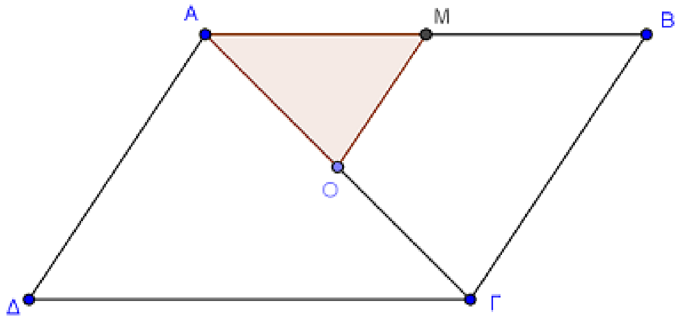
Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΔΕ//ΒΓ και το Δ είναι το μέσο της ΑΓ, άρα το Ε θα είναι κι αυτό μέσο της ΑΒ. Οπότε x=3:2=1,5 και
$\mathrm{B\Gamma} = 2\Delta\mathrm{E} \Leftrightarrow y = 2 \cdot 2{,}5 \Leftrightarrow y = 5$.

Γ.



Εφόσον οι ευθείες ε_2, ε_3, ε_4 είναι παράλληλες και ορίζουν ίσα τμήματα στη δ_1 θα ορίζουν ίσα τμήματα και στη δ_2. Οπότε x=3,5.
Ομοίως εφόσον οι ευθείες ε_1, ε_2, ε_3, είναι παράλληλες και ορίζουν ίσα τμήματα στη δ_2 θα ορίζουν ίσα τμήματα και στη δ_1, δηλαδή y=3.

<u>Θέμα 4^o</u> :



Α. Στο τρίγωνο ΑΒΓ το Μ είναι μέσο της ΑΒ και η ΟΜ είναι παράλληλη στη ΒΓ, οπότε θα είναι και Ο μέσο της ΑΓ.

Β. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΓ:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\mathrm{AB} = \Delta\Gamma (\text{ως απέναντι πλευρές παρ/μου}) \\ 2.\mathrm{A}\Delta = \mathrm{B}\Gamma (\text{ως απέναντι πλευρές παρ/μου}) \\ 3.\mathrm{A}\Gamma : \text{κοινή} \end{array}\right\} \overset{\Pi-\Pi-\Pi}{\Rightarrow}$$

Τα τρίγωνα είναι ίσα.

Γ. Τα τρίγωνα ΑΟΜ και ΑΒΓ έχουν:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\mathrm{A} : \text{κοινή} \\ 2.\mathrm{O} = \Gamma (\text{ως εντός εκτός κι επί τα αυτά μέρη γωνίες} \\ \qquad\qquad \text{των παραλλήλων ΟΜ, ΒΓ που τέμνονται από την ΑΓ}) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Τα τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία άρα είναι όμοια, με λόγο ομοιότητας $\lambda = \dfrac{\mathrm{B}\Gamma}{\mathrm{OM}} = 2$. Τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι $\dfrac{(\mathrm{AB}\Gamma)}{(\mathrm{AOM})} = \lambda^2 = 4$.

Δ. Εφόσον το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΜ είναι 5τ.μ., το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ είναι τετραπλάσιο άρα (ΑΒΓ)=20τ.μ. Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΓ είναι ίσα, άρα θα έχουν ίσα εμβαδά, δηλαδή (ΑΔΓ)=20τ.μ. Οπότε για το εμβαδό του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ έχουμε: (ΑΒΓΔ)=(ΑΒΓ)+(ΑΔΓ)=40τ.μ.