

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

65

Όν/μο:.....

Β' Γυμνασίου

Ύλη: Εξισώσεις – Πραγματικοί αριθμοί

10-12-18

Εμβαδά επίπεδων σχημάτων - Πυθαγόρειο Θεώρημα

Θέμα 1^ο:

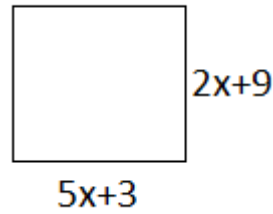
- A.** Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ; **(7 μον.)**
- B.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. **(8 μον.)**
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- | | | |
|---|----------|----------|
| i. Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$. | Σ | Λ |
| ii. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $B = 90^\circ$ ισχύει ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. | Σ | Λ |
| iii. Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι $E = \frac{(B - \beta) \cdot \upsilon}{2}$. | Σ | Λ |
| iv. Η εξίσωση $0x = 5$ είναι αδύνατη . | Σ | Λ |
| v. $(\sqrt{x})^2 = x, x \geq 0$. | Σ | Λ |
- (5x2=10μον.)**

Θέμα 2^ο:

- A.** Να λύσετε τις εξισώσεις :
- | | |
|--|------------------|
| i. $2(x - 1) - (x - 3) = 5 - 2(3x + 2)$ | (10 μον.) |
| ii. $\frac{3(x - 1)}{2} - \frac{5x - 3}{4} = \frac{x}{2} - 1$ | (10 μον.) |
- B.** Να βρείτε έναν αριθμό του οποίου το τριπλάσιο, αν μειωθεί κατά 2 ισούται με το διπλάσιό του αυξημένο κατά 5. **(5 μον.)**

Θέμα 3^ο:

A. Να βρείτε την τιμή του x ώστε το διπλανό τετράπλευρο να είναι τετράγωνο. Στη συνέχεια να βρείτε το εμβαδόν του.



(15 μον.)

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{16 + 4\sqrt{20 + \sqrt{(-5)^2}}}$$

(10 μον.)

Θέμα 4^ο:

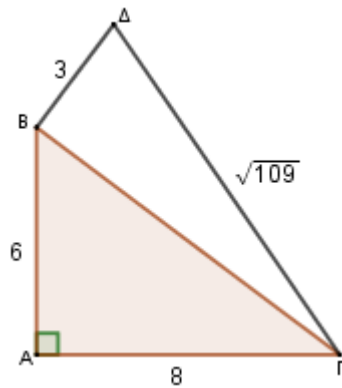
Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος με $AB=6\text{cm}$ και $A\Gamma=8\text{cm}$. Επίσης, $B\Delta=3\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = \sqrt{109}\text{cm}$.

A. Να αποδείξετε ότι $B\Gamma=10\text{cm}$. (6 μον.)

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. (6 μον.)

Γ. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τριγώνων $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$. (8 μον.)

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραπλεύρου $AB\Delta\Gamma$. (5 μον.)



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

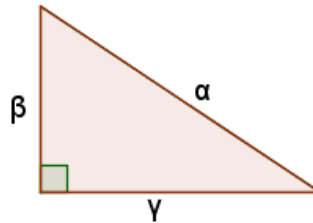
Θέμα 1^ο:

A. Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α , είναι ένας θετικός αριθμός x που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α .

Συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$ και ισχύει $\sqrt{\alpha} = x$ και $\alpha = x^2$ με $\alpha \geq 0$ και $x \geq 0$.

B. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

Είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$.



Γ. i. Σ ii. Λ iii. Λ iv. Σ v. Σ

Θέμα 2^ο:

A. i. $2(x-1) - (x-3) = 5 - 2(3x+2) \Leftrightarrow$
 $2x - 2 - x + 3 = 5 - 6x - 4 \Leftrightarrow$
 $2x - x + 6x = 5 - 4 - 3 + 2 \Leftrightarrow$
 $7x = 0 \Leftrightarrow$
 $\frac{7x}{7} = \frac{0}{7} \Leftrightarrow$
 $x = 0.$

ii.

$$\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5x-3}{4} = \frac{x}{2} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{3x-3}{2} - \frac{5x-3}{4} = \frac{x}{2} - 1 \quad \text{Ε.Κ.Π.(2,4)=4} \Leftrightarrow$$

$$4 \cdot \frac{3x-3}{2} - 4 \cdot \frac{5x-3}{4} = 4 \cdot \frac{x}{2} - 4 \Leftrightarrow$$

$$2(3x-3) - (5x-3) = 2x - 4 \Leftrightarrow$$

$$6x - 6 - 5x + 3 = 2x - 4 \Leftrightarrow$$

$$6x - 5x - 2x = -4 - 3 + 6 \Leftrightarrow$$

$$-x = -1 \Leftrightarrow$$

$$x = 1$$

B. Έστω x ο ζητούμενος αριθμός. Τότε:

$$3x - 2 = 2x + 5 \Leftrightarrow$$

$$3x - 2x = 5 + 2 \Leftrightarrow$$

$$x = 7$$

Θέμα 3^ο:

A. Για να είναι το διπλανό τετράπλευρο τετράγωνο

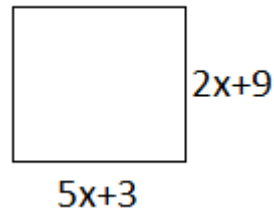
πρέπει: $5x + 3 = 2x + 9 \Leftrightarrow$

$$5x - 2x = 9 - 3 \Leftrightarrow$$

$$3x = 6 \Leftrightarrow$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Leftrightarrow$$

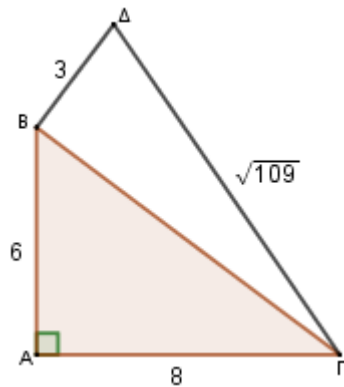
$$x = 2$$



Για $x=2$ η πλευρά του τετραγώνου είναι $5 \cdot 2 + 3 = 10 + 3 = 13$, οπότε το εμβαδόν του είναι $E = \alpha^2 = 13^2 = 169$ τ.μον.

B.
$$\sqrt{16 + 4\sqrt{20 + \sqrt{(-5)^2}}} = \sqrt{16 + 4\sqrt{20 + 5}} = \sqrt{16 + 4\sqrt{25}} = \sqrt{16 + 4 \cdot 5} = \sqrt{16 + 20} = \sqrt{36} = 6.$$

Θέμα 4^ο:



Α. Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma^2 = 36 + 64 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma = \sqrt{100} \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma = 10.$$

Β. Για το τρίγωνο ΒΓΔ έχουμε: $\Gamma\Delta^2 = (\sqrt{109})^2 = 109$ και

$$B\Delta^2 + B\Gamma^2 = 3^2 + 10^2 = 9 + 100 = 109. \text{ Εφόσον,}$$

$\Gamma\Delta^2 = B\Delta^2 + B\Gamma^2$ από αντίστροφο του Π.Θ. έχουμε ότι το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία την Β.

$$\Gamma. (AB\Gamma) = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ τ.μον.}$$

$$(B\Gamma\Delta) = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ τ.μον.}$$

$$\Delta. (AB\Gamma\Delta) = (AB\Gamma) + (B\Gamma\Delta) = 24 + 15 = 39 \text{ τ.μον.}$$