

ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

61

Γ' Γυμνασίου

03-11-14

Όν/μο:.....

Ύλη: Ταυτότητες

Θέμα 1^ο :

A. Ποια η διαφορά της ταυτότητας από την εξίσωση; Να δώσετε ένα παράδειγμα στην κάθε περίπτωση. (20 μον.)

B. Ποιες είναι οι αξιοσημείωτες ταυτότητες; (14 μον.)

Γ. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ (16 μον.)

Θέμα 2^ο :

A. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(\omega + 5)^2$

ii. $(6x - y^2)^2$

iii. $(x - 3)^3$

iv. $(2x + 1)^3$

v. $(x + \sqrt{7}) \cdot (x - \sqrt{7})$

vi. $(4x - 1) \cdot (1 + 4x)$ (6x5=30μον.)

B. Να αποδείξετε ότι : $(x - 1)^2 - (x - 1) \cdot (x + 1) + (x + 1)^2 = x^2 + 3$ (10 μον.)

Γ. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$, που έχει άρρητο παρονομαστή σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή. (10 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο :

A. Ταυτότητα ονομάζεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και επαληθεύεται για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

π.χ. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

Εξίσωση ονομάζεται μία ισότητα που περιέχει μεταβλητές και επαληθεύεται για ορισμένες τιμές των μεταβλητών της.

π.χ. $3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$

B. Οι αξιοσημειώτες ταυτότητες είναι:

* Τετράγωνο αθροίσματος: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

* Τετράγωνο διαφοράς: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

* Κύβος αθροίσματος: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

* Κύβος διαφοράς: $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

* Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά: $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

Γ. Είναι: $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \alpha\beta - \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Θέμα 2^ο :

A. i. $(\omega + 5)^2 = \omega^2 + 2 \cdot \omega \cdot 5 + 5^2 = \omega^2 + 10\omega + 25$

ii. $(6x - y^2)^2 = (6x)^2 - 2 \cdot 6x \cdot y^2 + (y^2)^2 = 36x^2 - 12xy^2 + y^4$

iii. $(x - 3)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 - 3^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

iv. $(2x + 1)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1^2 + 1^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

v. $(x + \sqrt{7}) \cdot (x - \sqrt{7}) = x^2 - (\sqrt{7})^2 = x^2 - 7$

vi. $(4x - 1) \cdot (1 + 4x) = (4x - 1) \cdot (4x + 1) = (4x)^2 - 1^2 = 16x^2 - 1$

B. Έχουμε: $(x - 1)^2 - (x - 1) \cdot (x + 1) + (x + 1)^2 = x^2 + 3 \Leftrightarrow$

$x^2 - 2x + 1 - x^2 + 1 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3 \Leftrightarrow x^2 + 3 = x^2 + 3$

Που ισχύει.

Γ. Για να μετατρέψουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή θα πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τη συζυγή παράσταση του παρονομαστή που είναι το $\sqrt{5} + \sqrt{2}$.

Οπότε έχουμε:

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{5 - 2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$$

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ