

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

61

**Β' Γυμνασίου
10-02-18**

Όν/μο:.....
Υψη: Όλη η ύλη

Θέμα 1^ο:

- A.** Ποια ποσά λέγονται ανάλογα και με ποια σχέση συνδέονται; **(7 μον.)**
- B.** Πότε μία γωνία $\alpha\beta\gamma$ λέγεται εγγεγραμμένη σε ένα κύκλο; **(8 μον.)**
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε με (**Σ**) Σωστό ή (**Λ**) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- i.** Ο αριθμός $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ είναι άρρητος. **Σ Λ**
 - ii.** Η κλίση της ευθείας $y=-5x+1$ είναι 5. **Σ Λ**
 - iii.** $\eta\mu\theta = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$. **Σ Λ**
 - iv.** Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο ισούται με 180° . **Σ Λ**
 - v.** Η εξίσωση $0x = 0$ είναι αόριστη. **Σ Λ**

(5x2=10μον.)

Θέμα 2^ο:

- A. i.** Αν ο αριθμός -2 είναι λύση της εξίσωσης $\frac{x}{2} + \alpha x = -1$, να αποδείξετε ότι $\alpha=0$.
- ii.** Για $\alpha=0$, να λύσετε την εξίσωση $\alpha x + 1 + \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{6} = x$.
- iii.** Να βρείτε έναν αριθμό που το τριπλάσιό του, αν το αυξήσουμε κατά 6, δίνει τον αριθμό ελαττωμένο κατά 3.

(3x5=15 μον.)

B. i. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

| | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| α | 121 | 144 | 169 | 225 | 289 | 324 | 361 | 625 |
| $\sqrt{\alpha}$ | | | | | | | | |

(5 μον.)

- ii.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\sqrt{6 + 6\sqrt{21 + \sqrt{10 + 2\sqrt{9}}}}$. **(5 μον.)**

Θέμα 3^ο:

A. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = x^2 - 2x + 1$.

| | | | |
|----------|----|---|---|
| x | -2 | 0 | 3 |
| y | | | |

(5 μον.)

B. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $y=2x-3$ και στη συνέχεια να βρείτε που τέμνει τους άξονες. (10 μον.)

Γ. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά την $y = \frac{6}{x}$ και την $y = -\frac{6}{x}$. (10 μον.)

Θέμα 4^ο:

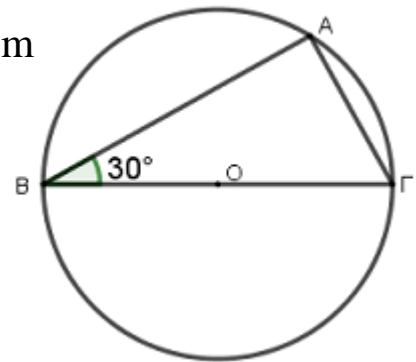
Δίνεται ο διπλάνος κύκλος με διάμετρο $B\Gamma=12\text{cm}$ και $\angle B = 30^\circ$.

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (6 μον.)

B. Να αποδείξετε ότι $A\Gamma=6\text{cm}$. (6 μον.)

Γ. Να υπολογίσετε την AB . (8 μον.)

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$. (5 μον.)



Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

- A.** Δύο ποσά x και y λέγονται ανάλογα όταν η μεταβολή τους είναι τέτοια ώστε όταν το ένα ποσό πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, τότε και το άλλο ποσό πολλαπλασιάζεται με τον ίδιο αριθμό. Η σχέση που συνδέει δύο ανάλογα ποσά είναι $y=ax$.
- B.** Μια γωνία $\angle xAy$ λέγεται εγγεγραμμένη στον κύκλο, όταν η κορυφή της A είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της Ax και Ay τέμνουν τον κύκλο.

Γ. i. Λ ii. Λ iii. Σ iv. Λ v. Σ

Θέμα 2^ο:

- A.i.** Εφόσον ο αριθμός -2 είναι λύση της εξίσωσης $\frac{x}{2} + \alpha x = -1$ έχουμε:

$$\frac{x}{2} + \alpha x = -1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-2}{2} + \alpha \cdot (-2) = -1 \Leftrightarrow$$

$$-1 - 2\alpha = -1 \Leftrightarrow$$

$$-2\alpha = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-2\alpha}{-2} = \frac{0}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 0$$

- ii.** Για $\alpha=0$ είναι: $\alpha x + 1 + \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{6} = x \Leftrightarrow$

$$1 + \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{6} = x \quad \text{Ε.Κ.Π.(3,6)=6} \Leftrightarrow$$

$$6 + 6 \cdot \frac{x-2}{3} - 6 \cdot \frac{3x-1}{6} = 6x \Leftrightarrow$$

$$6 + 2(x-2) - (3x-1) = 6x \Leftrightarrow$$

$$6 + 2x - 4 - 3x + 1 = 6x \Leftrightarrow$$

$$2x - 3x - 6x = -1 + 4 - 6 \Leftrightarrow$$

$$-7x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{7}.$$

iii. Έστω x ο ζητούμενος αριθμός. Τότε:

$$3x + 6 = x - 3 \Leftrightarrow$$

$$3x - x = -3 - 6 \Leftrightarrow$$

$$2x = -9 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$x = -\frac{9}{2}$$

B.i.

| | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| α | 121 | 144 | 169 | 225 | 289 | 324 | 361 | 625 |
| $\sqrt{\alpha}$ | 11 | 12 | 13 | 15 | 17 | 18 | 19 | 25 |

ii.

$$\begin{aligned} \sqrt{6 + 6\sqrt{21 + \sqrt{10 + 2\sqrt{9}}}} &= \sqrt{6 + 6\sqrt{21 + \sqrt{10 + 2 \cdot 3}}} = \\ \sqrt{6 + 6\sqrt{21 + \sqrt{10 + 6}}} &= \sqrt{6 + 6\sqrt{21 + \sqrt{16}}} = \\ \sqrt{6 + 6\sqrt{21 + 4}} &= \sqrt{6 + 6\sqrt{25}} = \sqrt{6 + 6 \cdot 5} = \\ \sqrt{6 + 30} &= \sqrt{36} = 6. \end{aligned}$$

Θέμα 3^ο:

A. Έχουμε την $y = x^2 - 2x + 1$.

Για $x = -2$ είναι: $y = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9$.

Για $x = 0$ είναι: $y = 0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 1$.

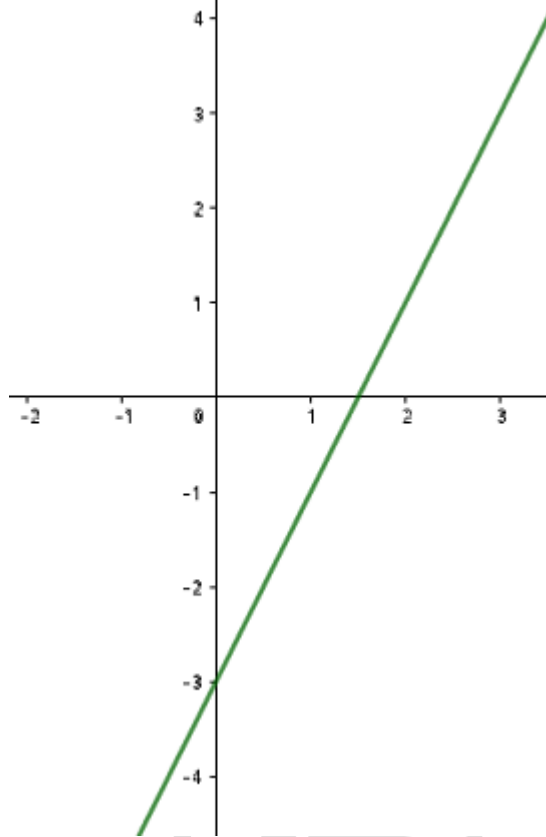
Για $x = 3$ είναι: $y = 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 9 - 6 + 1 = 4$.

| | | | |
|----------|----|---|---|
| x | -2 | 0 | 3 |
| y | 9 | 1 | 4 |

Β. Για την $y=2x-3$ έχουμε τον πίνακα:

| | | |
|---|----|---|
| x | 1 | 2 |
| y | -1 | 1 |

Η γραφική της παράσταση είναι:



Για να τέμνει τον άξονα $x'x$ πρέπει $y=0$ δηλαδή:

$$0 = 2x - 3 \Leftrightarrow$$

$$-2x = -3 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-3}{-2} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Επομένως, τέμνει τον $x'x$ στο $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

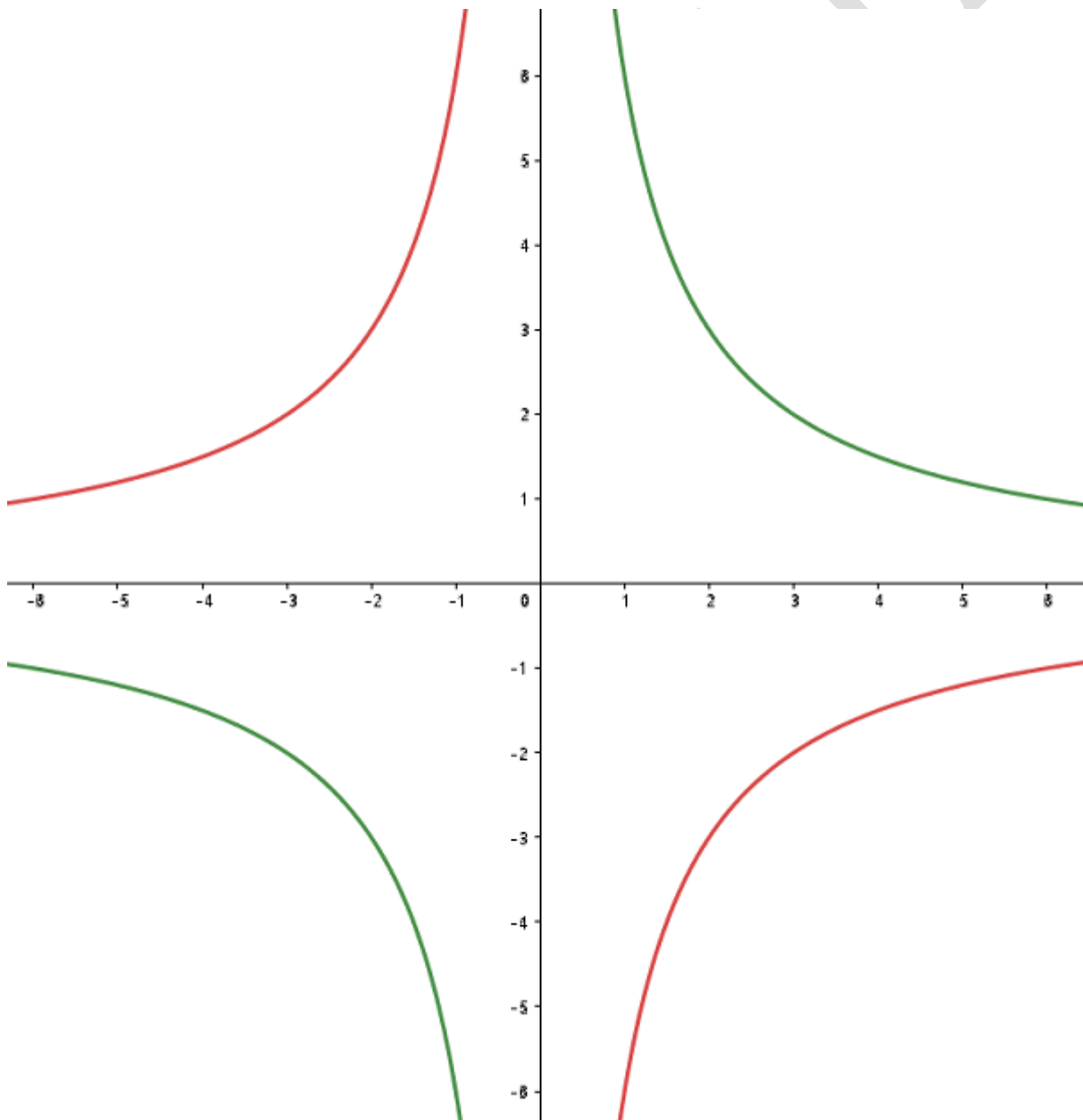
Για να τέμνει τον άξονα $y'y$ πρέπει $x=0$ δηλαδή $y = 2 \cdot 0 - 3 = -3$, επομένως τέμνει τον $y'y$ στο $(0, -3)$.

Γ. Για τις $y = \frac{6}{x}$ και $y = -\frac{6}{x}$ έχουμε αντίστοιχα τους πίνακες:

| | | | | | | |
|---|----|----|----|---|---|---|
| x | -6 | -3 | -2 | 2 | 3 | 6 |
| y | -1 | -2 | -3 | 3 | 2 | 1 |

| | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|
| x | -6 | -3 | -2 | 2 | 3 | 6 |
| y | 1 | 2 | 3 | -3 | -2 | -1 |

Έτσι οι γραφικές τους παραστάσεις είναι:

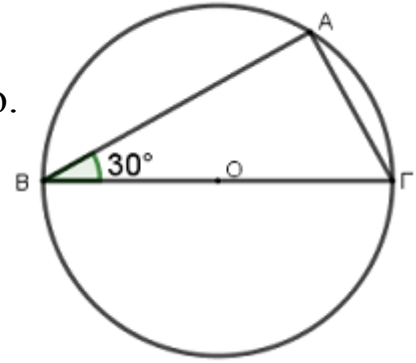


Θέμα 4^ο:

Α. Έχουμε ότι $B = 30^\circ$. Επίσης, $A = 90^\circ$ ως εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο.

Τέλος, $A + B + \Gamma = 180^\circ$ άρα,

$$\Gamma = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ .$$



Β. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{ΑΓ}{12} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{ΑΓ}{12} \Leftrightarrow$$

$$2ΑΓ = 12 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2ΑΓ}{2} = \frac{12}{2} \Leftrightarrow$$

$$ΑΓ = 6\text{cm}$$

Γ. Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 \Leftrightarrow$$

$$12^2 = ΑΒ^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$144 = ΑΒ^2 + 36 \Leftrightarrow$$

$$ΑΒ^2 = 144 - 36 \Leftrightarrow$$

$$ΑΒ^2 = 108 \Leftrightarrow$$

$$ΑΒ = \sqrt{108}$$

Δ. Για το εμβαδό του τριγώνου είναι:

$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{ΑΒ \cdot ΑΓ}{2} = \frac{6\sqrt{108}}{2} = 3\sqrt{108}\text{cm}^2 .$$