

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

60

Όν/μο:.....

Β' Γυμνασίου

Ύλη: Εξισώσεις - Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

27-11-17

Πυθαγόρειο Θεώρημα

Θέμα 1^ο:

- A.** Με τι ισούται το εμβαδό ενός τριγώνου; (7 μον.)
- B.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. (8 μον.)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- i.** Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$. Σ Λ
- ii.** Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $B = 90^\circ$ ισχύει ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. Σ Λ
- iii.** Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι $E = \frac{(B - \beta) \cdot \upsilon}{2}$. Σ Λ
- iv.** Η εξίσωση $3x = 0$ είναι αδύνατη . Σ Λ
- v.** Η εξίσωση $0x = 0$ είναι αόριστη. Σ Λ
- (5x2=10μον.)**

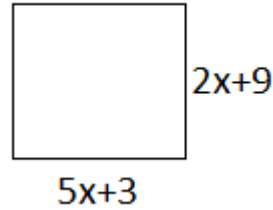
Θέμα 2^ο:

- A.** Να λύσετε τις εξισώσεις :
- i.** $2x - 3[2x - (3x - 1)] = -2$ (10 μον.)
- ii.** $\frac{5x - 1}{2} - 1 = x - \frac{11 - x}{4}$ (10 μον.)
- B.** Ένας μαθητής Γυμνασίου είναι 13 ετών και ένας μαθητής Λυκείου είναι 16 ετών. Πριν από πόσα χρόνια η ηλικία του μαθητή Λυκείου ήταν διπλάσια από την ηλικία του μαθητή Γυμνασίου; (5 μον.)

Θέμα 3^ο:

A. Αν η εξίσωση $ax - x = a(2x - 1) - 3$ έχει λύση την $x=2$, να βρείτε την τιμή του a . (10 μον.)

B. Να βρείτε την τιμή του x ώστε το διπλανό τετράπλευρο να είναι τετράγωνο. Στη συνέχεια να βρείτε το εμβαδόν του.



(10 μον.)

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{13 + 4\sqrt{5 + \sqrt{(-4)^2}}}$$

(5 μον.)

Θέμα 4^ο:

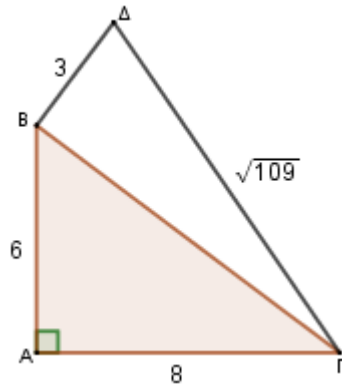
Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος με $AB=6\text{cm}$ και $A\Gamma=8\text{cm}$. Επίσης, $B\Delta=3\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = \sqrt{109}\text{cm}$.

A. Να αποδείξετε ότι $B\Gamma=10\text{cm}$. (6 μον.)

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. (6 μον.)

Γ. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τριγώνων $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$. (8 μον.)

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραπλεύρου $AB\Delta\Gamma$. (5 μον.)



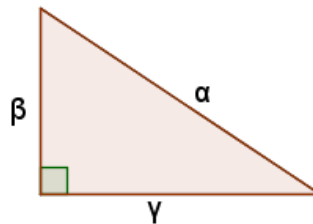
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

A. Το εμβαδό ενός τριγώνου, ισούται με το μισό του γινομένου της βάσης του, επί το αντίστοιχο ύψος.

B. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας. Είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$.



Γ. i. Σ ii. Λ iii. Λ iv. Λ v. Σ

Θέμα 2^ο:

A. i. $2x - 3[2x - (3x - 1)] = -2 \Leftrightarrow$

$2x - 3(2x - 3x + 1) = -2 \Leftrightarrow$

$2x - 6x + 9x - 3 = -2 \Leftrightarrow$

$2x - 6x + 9x = -2 + 3 \Leftrightarrow$

$5x = 1 \Leftrightarrow$

$\frac{5x}{5} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow$

$x = \frac{1}{5}$

ii. $\frac{5x-1}{2} - 1 = x - \frac{11-x}{4} \stackrel{\text{Ε.Κ.Π.}(2,4)=4}{\Leftrightarrow}$

$4 \cdot \frac{5x-1}{2} - 4 \cdot 1 = 4x - 4 \cdot \frac{11-x}{4} \Leftrightarrow$

$2(5x-1) - 4 = 4x - (11-x) \Leftrightarrow$

$10x - 2 - 4 = 4x - 11 + x \Leftrightarrow$

$10x - 4x - x = -11 + 2 + 4 \Leftrightarrow$

$5x = -5 \Leftrightarrow$

$\frac{5x}{5} = \frac{-5}{5} \Leftrightarrow$

$x = -1$

Β. Έστω x τα χρόνια που πέρασαν. Πριν από x χρόνια η ηλικία του μαθητή του Γυμνασίου ήταν $13-x$, ενώ του μαθητή του Λυκείου ήταν $16-x$. Τότε: $16-x = 2(13-x) \Leftrightarrow$

$$16-x = 26-2x \Leftrightarrow$$

$$-x+2x = 26-16 \Leftrightarrow$$

$$x = 10$$

Η ηλικία του μαθητή του Λυκείου ήταν διπλάσια από την ηλικία του μαθητή του Γυμνασίου πριν 10 χρόνια.

Θέμα 3^ο:

Α. Εφόσον η εξίσωση $\alpha x - x = \alpha(2x-1) - 3$ έχει λύση την $x=2$ έχουμε:

$$\alpha x - x = \alpha(2x-1) - 3 \Leftrightarrow$$

$$2\alpha - 2 = \alpha(2 \cdot 2 - 1) - 3 \Leftrightarrow$$

$$2\alpha - 2 = 3\alpha - 3 \Leftrightarrow$$

$$2\alpha - 3\alpha = -3 + 2 \Leftrightarrow$$

$$-\alpha = -1 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 1$$

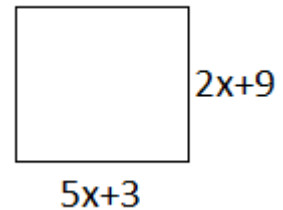
Β. Για να είναι το διπλανό τετράπλευρο τετράγωνο πρέπει: $5x+3 = 2x+9 \Leftrightarrow$

$$5x - 2x = 9 - 3 \Leftrightarrow$$

$$3x = 6 \Leftrightarrow$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Leftrightarrow$$

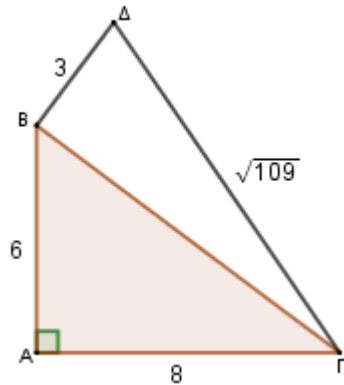
$$x = 2$$



Για $x=2$ η πλευρά του τετραγώνου είναι $5 \cdot 2 + 3 = 10 + 3 = 13$, οπότε το εμβαδόν του είναι $E = \alpha^2 = 13^2 = 169$ τ.μον.

$$\begin{aligned} \Gamma. \sqrt{13+4\sqrt{5+\sqrt{(-4)^2}}} &= \sqrt{13+4\sqrt{5+|-4|}} = \sqrt{13+4\sqrt{5+4}} = \\ \sqrt{13+4\sqrt{9}} &= \sqrt{13+4 \cdot 3} = \sqrt{13+12} = \sqrt{25} = 5. \end{aligned}$$

Θέμα 4^ο:



Α. Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma^2 = 36 + 64 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma = \sqrt{100} \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma = 10.$$

Β. Για το τρίγωνο ΒΓΔ έχουμε: $\Gamma\Delta^2 = (\sqrt{109})^2 = 109$ και

$$B\Delta^2 + B\Gamma^2 = 3^2 + 10^2 = 9 + 100 = 109. \text{ Εφόσον,}$$

$\Gamma\Delta^2 = B\Delta^2 + B\Gamma^2$ από αντίστροφο του Π.Θ. έχουμε ότι το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία την Β.

$$\Gamma. (AB\Gamma) = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ τ.μον.}$$

$$(B\Gamma\Delta) = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ τ.μον.}$$

$$\Delta. (AB\Gamma\Delta) = (AB\Gamma) + (B\Gamma\Delta) = 24 + 15 = 39 \text{ τ.μον.}$$