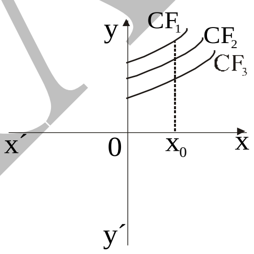
Κεφάλαιο 3ο: ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Η συνάρτηση F (x) = xlnx - x είναι μια παράγουσα της συνάρτησης f (x) = lnx. **Σ Λ**
2. * Κάθε συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ, έχει μόνο μια παράγουσα στο Δ. **Σ Λ**
3. * Αν F_1, F_2 είναι δυο παράγουσες μιας συνάρτησης f, τότε αυτές διαφέρουν κατά μια σταθερά c. **Σ Λ**
4. * Η συνάρτηση f (x) = $\dfrac{\ln x+1}{x^2+1}$ **δεν** έχει παράγουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$. **Σ Λ**
5. * Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, θα ισχύει ο τύπος $\int f'(x)g'(x)dx = f'(x)g(x) - \int f''(x)g(x)dx$. **Σ Λ**
6. * Αν f, g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις, θα ισχύει $\int (f(x)g(x))'dx = f(x)g(x)+c$. **Σ Λ**
7. * Ισχύει: $\int f'(x)dx = f(x)+c$. **Σ Λ**
8. * Αν η f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο R, τότε θα ισχύει: $\int f''(x)dx = f'(x)+c$. **Σ Λ**
9. * Οι γραφικές παραστάσεις των παραγουσών F_1, F_2, F_3 μιας συνάρτησης f, που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, έχουν παράλληλες εφαπτομένες σε κάθε σημείο τους με τετμημένη x_0. **Σ Λ**



10. * Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων F (x) = e^x + c, έχουν εφαπτόμενες παράλληλες σε κάθε σημείο τους με τετμημένη x_0. **Σ Λ**
11. * Ισχύει: $\int f(x)dx \cdot \int g(x)dx = \int (f(x)g(x))dx$. **Σ Λ**
12. * Για x < 1 το $\int \dfrac{dx}{x-1}$ είναι ίσο με ln (1 - x) + c. **Σ Λ**
13. * Αν f (t) = $\int_\alpha^t x\sqrt{x^2-2x}\,dx$, τότε $\int_\alpha^t x^2\sqrt{x^2-2x}\,dx = x\cdot f(t)$. **Σ Λ**

14. * Ισχύει ότι $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{x^2 - 4x}{x^3 + 1}\,dx = \frac{\int_{\alpha}^{\beta}(x^2 - 4x)\,dx}{\int_{\alpha}^{\beta}(x^3 + 1)\,dx}$. **Σ** **Λ**

15. * Αν $f\,'(x) = \frac{1}{g\,'(x)}$, τότε $\int f\,'(x) \cdot g\,'(x)\,dx = x + c$. **Σ** **Λ**

16. * Ισχύει: $\int_{0}^{\alpha} x f\,'(x)\,dx = \alpha f(\alpha) - \int_{0}^{\alpha} f(x)\,dx$. **Σ** **Λ**

17. * Ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx + \int_{\beta}^{\alpha} f(x)\,dx = 0$. **Σ** **Λ**

18. * Ισχύει: $\int_{\beta}^{\alpha} f(x) g\,'(x)\,dx = f(x) g(x) - \int_{\beta}^{\alpha} f\,'(x) g(x)\,dx$. **Σ** **Λ**

19. * Ισχύει: $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx = 0$. **Σ** **Λ**

20. * Ισχύει: $\left(\int_{\alpha}^{x} f(t)\,dt\right)' = f(x)$. **Σ** **Λ**

21. * Ισχύει: $\left(\int_{\alpha}^{g(x)} f(t)\,dt\right)' = f(g(x))\, g\,'(x)$. **Σ** **Λ**

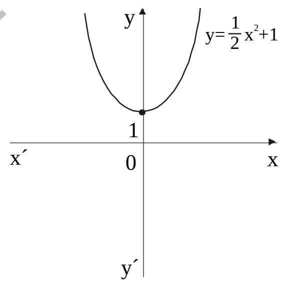
22. * Ισχύει: $\left(\int_{x}^{\alpha} f(t)\,dt\right)' = -f(x)$. **Σ** **Λ**

23. * Ισχύει: $\left(\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)\,dt\right)' = f(h(x))\, h\,'(x) + f(g(x))\, g\,'(x)$. **Σ** **Λ**

24. * Η διαφορική εξίσωση $y' = \kappa y$ ($\kappa \in R$) έχει μερική λύση την $y = e^{\kappa x}$. **Σ** **Λ**

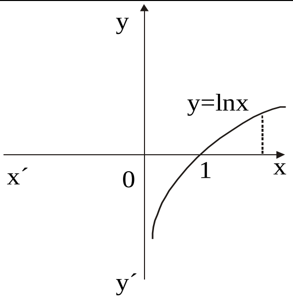
25. * Μια λύση της διαφορικής εξίσωσης $y' = y$ είναι η συνάρτηση $y = \frac{1}{2} e^{x}$. **Σ** **Λ**

26. * Η γραφική παράσταση του σχήματος είναι μια μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης $y' = x$. **Σ** **Λ**



27. * Οι λύσεις της διαφορικής εξίσωσης $\frac{dy}{dx} = 3$ είναι όλες οι ευθείες με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 3$. **Σ** **Λ**

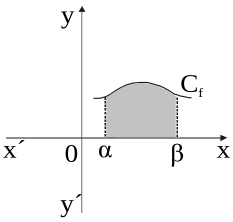
28. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης που παριστάνει το $\int_1^x \frac{1}{t}dt$.



Σ Λ

29. * Ισχύει $\int_2^4 c dx = \int_6^8 c dx$, c σταθερά. Σ Λ

30. * Το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος είναι ίσο με $\int_\alpha^\beta f(x)dx + c$, $c \neq 0$.



Σ Λ

31. * Αν f συνεχής στο R και f (10) = 100, τότε ισχύει: $100 = f(0) + \int_0^{10} f'(x)dx$. Σ Λ

32. * Ισχύει: $\int_0^1 \eta\mu x dx = 1 - \sigma\upsilon\nu 1$. Σ Λ

33. * Αν θεωρήσουμε ότι $e \approx 2,7$, τότε ισχύει $\int_0^1 e^x dx = 1,7$. Σ Λ

34. * Αν $A = \int_0^2 f(x)dx$, τότε:

α) $\int_0^2 f(\omega)d\omega = A$ Σ Λ

β) $\int_2^0 f(t)dt = -A$ Σ Λ

γ) $\int_0^2 (3f(z) - 4)dz = 3A - 8$ Σ Λ

35. * Αν η f είναι περιοδική συνάρτηση στο R με περίοδο Τ, τότε θα ισχύει: $\int_0^T f(t)dt = \int_T^{2T} f(t)dt$. Σ Λ

36. * Αν $\alpha \geq \beta$, τότε $\int_\alpha^\beta (e^x + 1)dx \geq 0$. Σ Λ

37. * Αν $f(x) > 0$, τότε ισχύει $\int_1^{\ln 2} f(x)dx > 0$. Σ Λ

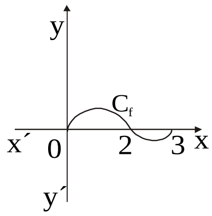
38. * Αν $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq 0$ τότε $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$. Σ Λ

39. * Αν $f(x) \leq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε θα ισχύει ότι $\int_\alpha^\beta f(x)dx \leq \int_\alpha^\beta g(x)dx$. Σ Λ

40. * Αν $\alpha < \beta$, τότε ισχύει ότι $\left|\int_\alpha^\beta f(x)dx\right| \leq \int_\alpha^\beta |f(x)|dx$. Σ Λ

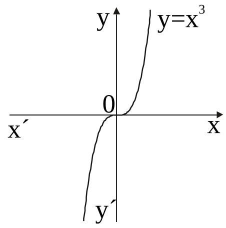
41. ***** Αν η f είναι συνεχής στο [1, 3], τότε ισχύει ότι $\int_1^3 f(x)\,dx < \int_1^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx$. **Σ** **Λ**

42. ***** Για τη συνάρτηση του διπλανού σχήματος ισχύει ότι: $\int_0^2 f(x)\,dx < \int_0^3 f(x)\,dx$. **Σ** **Λ**



43. ***** Ισχύει: $\int_0^{2\pi} \eta\mu x\,dx = 0$. **Σ** **Λ**

44. ***** Για τη συνάρτηση του σχήματος,ισχύει ότι $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx = 0$, για κάθε α > 0. **Σ** **Λ**



45. ***** Αν η f είναι συνεχής στο [α, β], τότε το $\int_\beta^\alpha f(x)\,dx$ εκφράζει το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της C_f, του άξονα x΄x και των ευθειών x = α, x = β. **Σ** **Λ**

46. ***** Ισχύει: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (1 - 4\sigma\upsilon\nu^3 x)\,dx > 0$. **Σ** **Λ**

47. ***** Ισχύει: $\int_1^{x^2} \frac{1}{t}\,dt = 2\ln x$, x > 0. **Σ** **Λ**

48. ***** Αν $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta g(x)\,dx$, τότε f (x) = g (x) για κάθε x ∈ [α, β]. **Σ** **Λ**

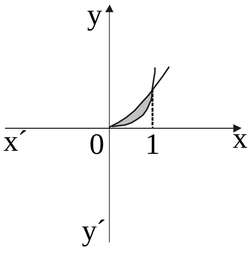
49. ***** Η ιδιότητα του ορισμένου ολοκληρώματος $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx = \int_\alpha^\gamma f(x)\,dx + \int_\gamma^\beta f(x)\,dx$, ισχύει μόνο εφόσον α < γ < β. **Σ** **Λ**

50. ***** Ισχύει ο τύπος $\left(\int_x^\alpha f(t)\,dt\right)' = -\left(\int_\alpha^x f(t)\,dt\right)'$. **Σ** **Λ**

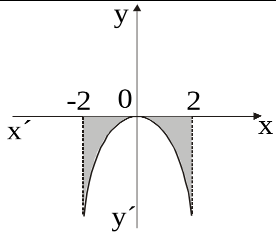
51. ***** Ισχύει: $\int_{\ln\alpha}^{\ln\beta} e^x\,dx = \beta - \alpha$, α, β > 0. **Σ** **Λ**

52. ***** Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου του σχήματος δίνεται από τη σχέση: $E = \int_0^1 (x^3 - x^2)\,dx$.

(Οι γραφικές παραστάσεις στο σχήμα είναι οι $f(x) = x^2$ και $g(x) = x^3$). **Σ** **Λ**



53. * Για το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου που φαίνεται στο σχήμα, ισχύει: $E = -\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$.



Σ **Λ**

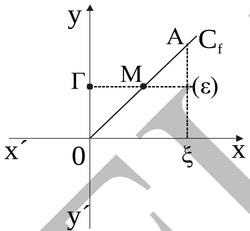
54. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο [0, 1] και f (0) = f (1), τότε $\int_{0}^{1} f\,'(x)\,dx = 0$.

Σ **Λ**

55. ** Αν $\int_{0}^{5} f(x)\,dx = 10$, το ελάχιστο της f στο διάστημα [0, 5] δεν μπορεί να είναι 3.

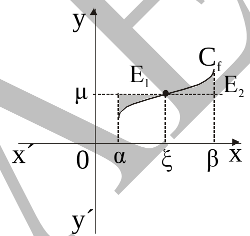
Σ **Λ**

56. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f. Αν Μ μέσον του ΟΑ και (ε) // x´x, τότε θα ισχύει: $\int_{0}^{\xi} f(x)\,dx = (\text{ΟΓ})\,\xi$.



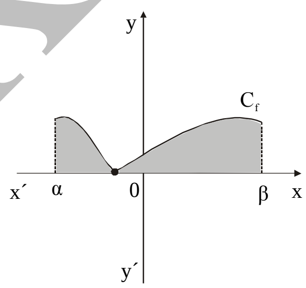
Σ **Λ**

57. * Αν $\xi \in (\alpha, \beta)$ και $f(\xi) = \mu$, όπου μ η μέση τιμή της συνεχούς συνάρτησης f στο [α, β], τότε $E_1 = E_2$.



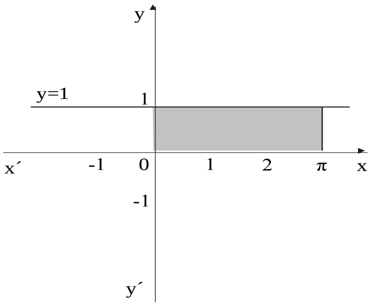
Σ **Λ**

58. * Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι ίσο με $E = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx$.

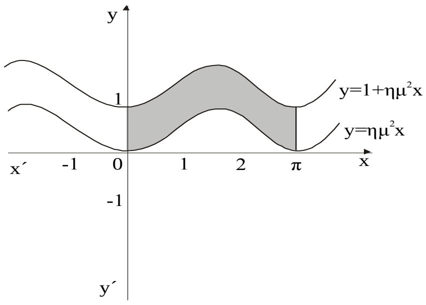


Σ **Λ**

59. ***** Το σκιασμένο εμβαδόν του σχήματος 1 είναι μεγαλύτερο από το σκιασμένο εμβαδόν του σχήματος 2. **Σ** **Λ**



Σχήμα 1



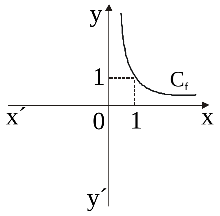
Σχήμα 2

<u>Απαντήσεις</u>

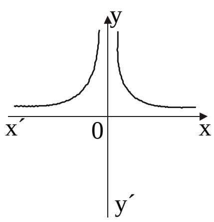
1Σ, 2Λ, 3Σ, 4Λ, 5Σ, 6Σ, 7Σ, 8Σ, 9Σ, 10Σ, 11Λ, 12Σ, 13Λ, 14Λ, 15Σ, 16Σ, 17Σ, 18Λ, 19Σ,20Σ, 21Σ, 22Σ, 23Λ, 24Σ, 25Σ, 26Σ, 27Σ, 28Σ, 29Σ, 30Λ, 31Σ, 32Σ, 33Σ, 34Σ,Σ,Σ, 35Σ, 36Λ, 37Λ, 38Λ, 39Σ, 40Σ, 41Λ, 42Λ, 43Σ, 44Σ, 45Λ, 46Σ, 47Σ, 48Λ, 49Λ, 50Σ, 51Σ, 52Λ, 53Σ, 54Σ, 55Σ, 56Σ, 57Σ, 59Λ.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

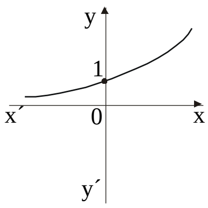
1. ***** Αν η συνάρτηση f έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε μία παράγουσά της μπορεί να έχει γραφική παράσταση την



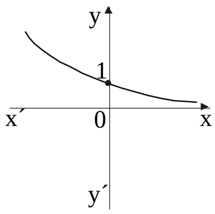
Α.



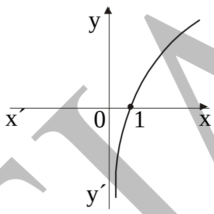
Β.



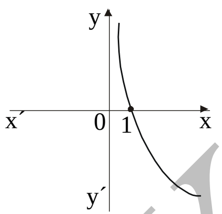
Γ.



Δ.

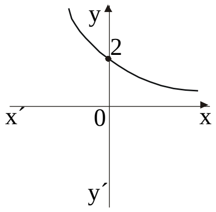


Ε.

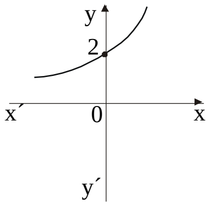


2. ***** Αν f (x) = e^x, τότε μία παράγουσα της f μπορεί να έχει γραφική παράσταση την

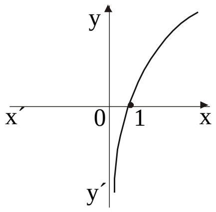
Α.



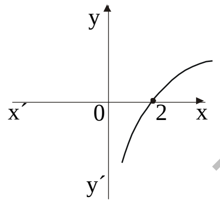
Β.



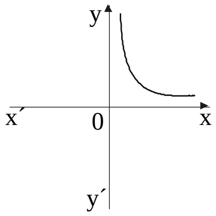
Γ.



Δ.

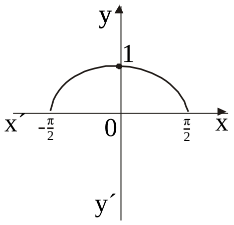


Ε.

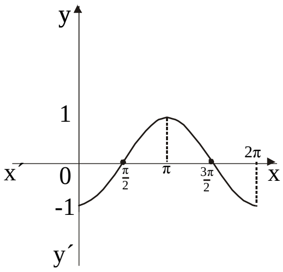


3. ***** Αν F (x) = - ημx είναι μία παράγουσα της συνάρτησης f στο [0, 2π], τότε η γραφική παράσταση της f είναι

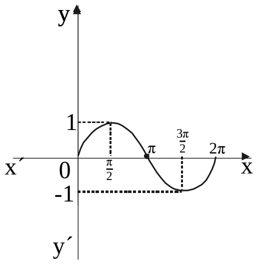
Α.



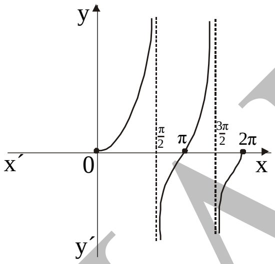
Β.



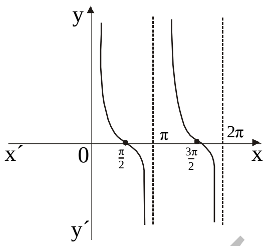
Γ.



Δ.

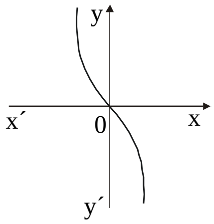


Ε.

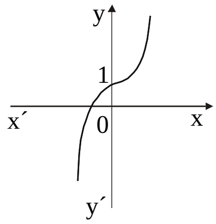


4. * Αν F (x) = $\frac{1}{4}$ x^4 + $\frac{1}{4}$ είναι μία παράγουσα της συνάρτησης f, τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι

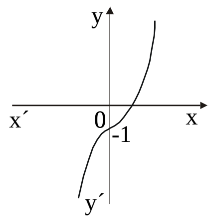
Α.



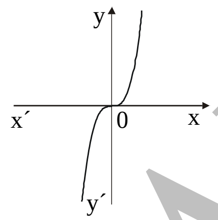
Β.



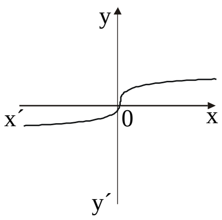
Γ.



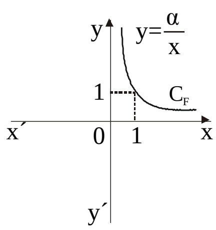
Δ.



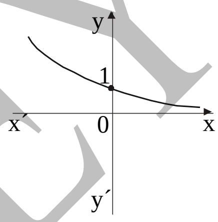
Ε.



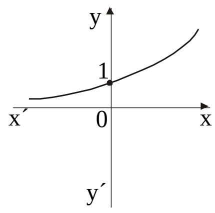
5. * Αν μία παράγουσα F μιας συνάρτησης f έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι



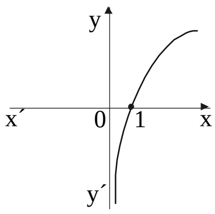
Α.



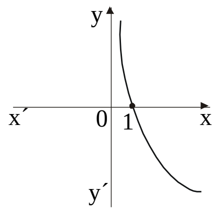
Β.

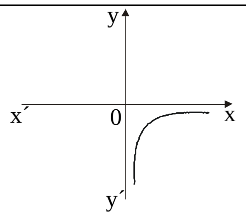


Γ.

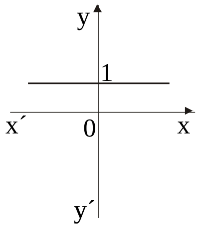


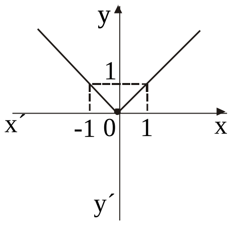
Δ.

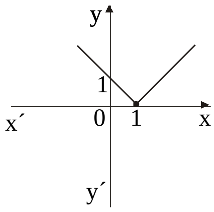


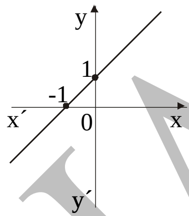
Ε. 

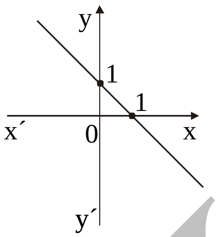
6. ***** Αν $f(x) = 1$, τότε μία παράγουσα της f μπορεί να έχει γραφική παράσταση την

Α. 

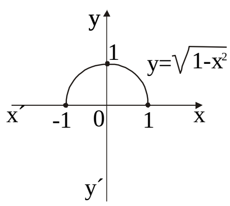
Β. 

Γ. 

Δ. 

Ε. 

7. ***** Για τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ ισχύει



Α. $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0$ **Β.** $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2$

Γ. $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \frac{\pi}{2}$ **Δ.** $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \pi$

Ε. $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \pi^2$

8. ***** Το αόριστο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης f σ' ένα διάστημα Δ

Α. είναι αριθμός

Β. είναι μια παράγουσα της f

Γ. είναι το σύνολο των παραγουσών της f

Δ. είναι ίσο με $f'(x)$

Ε. είναι ίσο με $f(x) + c$, $c \in R$

9. * Έστω f συνεχής σε διάστημα Δ και α, β, γ ∈ Δ. Τότε ισχύει

Α. $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\gamma}^{\alpha} f(x)dx + \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$

Β. $\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx + \int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx = 0$

Γ. $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx$

Δ. $\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx + \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0$

Ε. $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx + \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx$

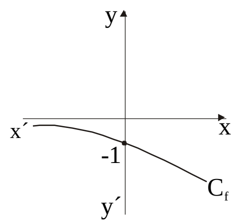
10. * Μία παράγουσα της συνάρτησης $f(x) = \dfrac{3x^2 + \frac{1}{x}}{1 + e^x}$, x > 0, είναι η συνάρτηση

Α. $F_1(x) = \dfrac{x^3 + \ln x}{x + e^x}$ **Β.** $F_2(x) = \dfrac{6x - \frac{1}{x^2}}{e^x}$

Γ. $F_3(x) = \int_{\alpha}^{\beta} \left(\dfrac{3x^2 + \frac{1}{x}}{1 + e^x} \right)' dx$ **Δ.** $F_4(x) = \int_{2004}^{x} \dfrac{3t^2 + \frac{1}{t}}{1 + e^t} dt$

Ε. καμία από τις προηγούμενες

11. * Η συνάρτηση f, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα, μπορεί να είναι λύση της διαφορικής εξίσωσης



Α. y΄ = x **Β.** y΄ = y **Γ.** y΄ = - 3

Δ. y΄ = - 2x **Ε.** $y΄ = x^3$

12. * Η διαφορική εξίσωση y΄ = xy, y > 0, έχει μία λύση τη συνάρτηση

Α. $y = e^{x^2}$ **Β.** $y = e^x$ **Γ.** $y = e^{\frac{x^2}{2}}$ **Δ.** $y = \dfrac{1}{x}$ **Ε.** y = lnx

13. * Η συνάρτηση f (x) = x είναι λύση της διαφορικής εξίσωσης

Α. $\dfrac{y΄}{x^2} = y$ **Β.** $y΄y = \dfrac{1}{x}$ **Γ.** $\dfrac{y΄}{y} = x$

Δ. y΄y = x **Ε.** $y^2y΄ = x^3$

14. * Αν f είναι μια συνεχής συνάρτηση σ’ ένα διάστημα Δ και α ∈ Δ, τότε μία παράγουσα της f στο Δ είναι η συνάρτηση

Α. $F(x) = \int_{f(x)}^{\alpha} f(t)dt$ **Β.** $F(x) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$

Γ. $F(x) = \int_{\alpha}^{f(x)} f(t)dt$ **Δ.** $F(x) = \int f(t)dt$ **Ε.** $F(x) = \int_{\alpha}^{x} f(u)\,du$

15. * Η παράγωγος της συνάρτησης $F(x) = \int_1^{e^x} \ln t\, dt$ ισούται με

Α. 0 **Β.** $\frac{1}{x}e^x$ **Γ.** e^x **Δ.** xe^x **Ε.** $\ln x \cdot e^x$

16. * Το ολοκλήρωμα $I = \int_\alpha^\beta (f(x)g(x))'\, dx$ ισούται με

Α. $f'(\beta)\, g(\beta) - f(\alpha)\, g'(\alpha)$ **Β.** $f(\beta)\, g(\beta) - f(\alpha)\, g(\alpha)$
Γ. $(f\cdot g)(\alpha) - (f\cdot g)(\beta)$ **Δ.** $f(\beta)\, g'(\beta) - f'(\alpha)\, g(\alpha)$
Ε. $2(\beta - \alpha)$

17. * Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β], τότε η παράσταση $\left(\int_\alpha^\beta f(x)dx\right)'$ είναι ίση με

Α. $f(x)$ **Β.** $f(\beta) - f(\alpha)$ **Γ.** $(\beta - \alpha)\, f(x)$ **Δ.** 0
Ε. $F(\beta) - F(\alpha)$ όπου $F(x)$ παράγουσα της f

18. ** Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $\upsilon(t) = 2t$ m/sec. Κατά τη διάρκεια του νιοστού δευτερολέπτου το σώμα διάνυσε 9 μέτρα. Ισχύει:
Α. $\nu = 1$ **Β.** $\nu = 3$ **Γ.** $\nu = 4$ **Δ.** $\nu = 5$ **Ε.** $\nu = 10$

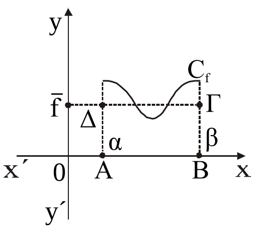
19. * Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $x \in [-2, 2]$. Η μέση τιμή της συνάρτησης f στο διάστημα [- 2, 2] είναι

Α. 1 **Β.** $\frac{1}{2}$ **Γ.** π **Δ.** 2 **Ε.** $\frac{\pi}{2}$

20. * Έστω ότι η συνάρτηση f είναι περιττή. Τότε η μέση τιμή της f στο διάστημα [-α, α] είναι ίση με

Α. 2α **Β.** 0 **Γ.** - 2α **Δ.** $\frac{\alpha}{2}$ **Ε.** $-\frac{\alpha}{2}$

21. * Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f. Αν $\bar{f}$ είναι η μέση τιμή της f στο διάστημα [α, β], τότε θα ισχύει:



Α. $AB \cdot A\Delta = f(\beta) - f(\alpha)$

Β. $AB \cdot \bar{f} = \int_\alpha^\beta f(x)dx$

Γ. $AB \cdot \bar{f} = \int_\alpha^\beta f(x)dx + c$ **Δ.** $OA \cdot \bar{f} = \int_\alpha^\beta f(x)dx$

Ε. όλα τα παραπάνω

22. * Αν $I = \int_0^{\pi/2} \eta\mu^2 x\, dx$ και $J = \int_0^{\pi/2} \sigma\upsilon\nu^2 x\, dx$ και $K = I + J$, τότε το Κ είναι ίσο με

Α. 1 **Β.** 2 **Γ.** π **Δ.** 2π **Ε.** $\frac{\pi}{2}$

23. * Το ολοκλήρωμα $I = \int_\alpha^\beta f'(g(x))g'(x)dx$ είναι ίσο με

Α. $f'(g(\beta)) - f'(g(\alpha))$ **Β.** $f(g'(\beta)) - f(g'(\alpha))$
Γ. $f(g(\beta)) - f(g(\alpha))$ **Δ.** $g(\beta) - g(\alpha)$ **Ε.** $f(\beta) - f(\alpha)$

24. ***** Έστω f μια συνάρτηση συνεχής στο διάστημα [α, β]. Μέση τιμή της συνάρτησης αυτής στο [α, β] ονομάζεται ο αριθμός

Α. $\dfrac{f(\beta)-f(\alpha)}{\beta-\alpha}$ **Β.** $\dfrac{\int_\alpha^\beta f(x)\,dx}{\alpha-\beta}$ **Γ.** $\dfrac{f(\beta)-f(\alpha)}{\beta-\alpha}$

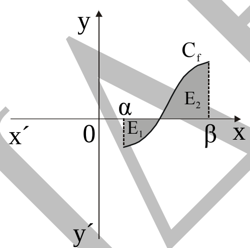
Δ. $\dfrac{\beta-\alpha}{2}$ **Ε.** $\dfrac{\int_\alpha^\beta f(x)\,dx}{\beta-\alpha}$

25. ***** Το $\int_\alpha^\beta e^{x^2}dx$ είναι πάντα

Α. θετικό **Β.** αρνητικό **Γ.** ίσο με το 0

Δ. θετικό αν β > α **Ε.** είναι θετικό αν β < α

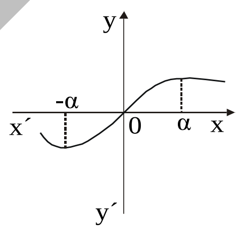
26. ****** Για τη συνάρτηση f του διπλανού σχήματος το $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx$ είναι ίσο με



Α. $E_1 + E_2$ **Β.** $\frac{1}{2}(E_2 - E_1)$ **Γ.** $2E_1 + E_2$

Δ. $\frac{1}{2}(E_1 + E_2)$ **Ε.** $E_2 - E_1$

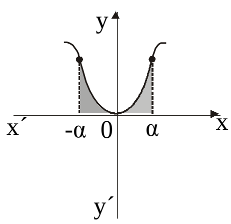
27. ****** Έστω f μια περιττή συνάρτηση. Τότε το ολοκλήρωμα $I = \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx$ είναι ίσο με



Α. 2 **Β.** $2\int_0^\alpha f(x)\,dx$ **Γ.** 0

Δ. 2α **Ε.** $-2\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx$

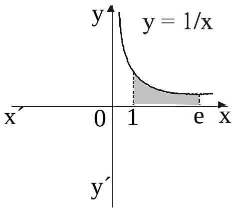
28. ****** Έστω f μια άρτια συνάρτηση. Τότε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι ίσο με



Α. 2 **Β.** $2\int_0^\alpha f(x)\,dx$ **Γ.** 0

Δ. 2α **Ε.** $-2\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)\,dx$

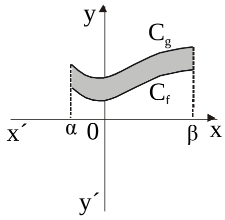
29. ***** Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι ίσο με



Α. e **Β.** e - 1 **Γ.** 1

Δ. 1 - e **Ε.** 2e

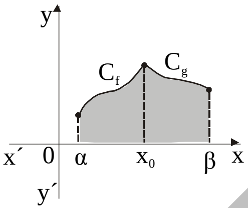
30. ***** Αν g (x) = f (x) + 1, το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι ίσο με



Α. α·f (β) - β·f (α) **Β.** β - α **Γ.** α·β

Δ. 1 τ.μ. **Ε.** κανένα από τα προηγούμενα

31. ***** Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου που φαίνεται στο διπλανό σχήμα είναι ίσο με

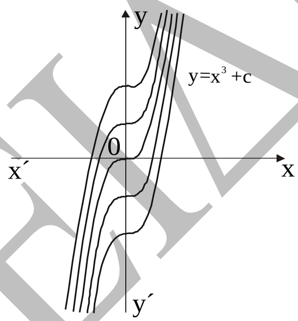


Α. $\int_\alpha^\beta \big(g(x)f(x)\big)dx$ **Β.** $\int_\alpha^\beta \big(f(x)-g(x)\big)dx$

Γ. $\int \big(f(x)-g(x)\big)dx$

Δ. $\int_\alpha^{x_0} f(x)dx - \int_\beta^{x_0} g(x)dx$ **Ε.** τίποτα από τα παραπάνω

32. ***** Οι καμπύλες του σχήματος παριστάνουν συναρτήσεις του συνόλου



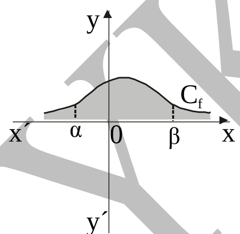
Α. $\int x^3 dx$ **Β.** των παραγουσών της f (x) = $3x^2$

Γ. $\int x^4 dx$ **Δ.** $\int (3x^2+2)dx$

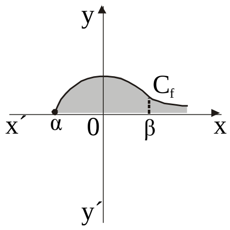
Ε. τίποτα από τα παραπάνω

33. ***** Το $\int_\beta^\alpha f(x)dx$ μας δίνει το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος στο σχήμα

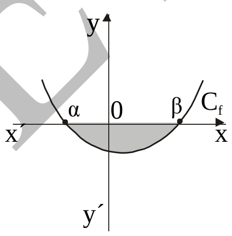
Α.



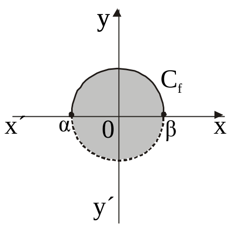
Β.



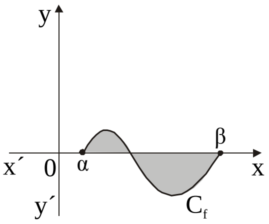
Γ.



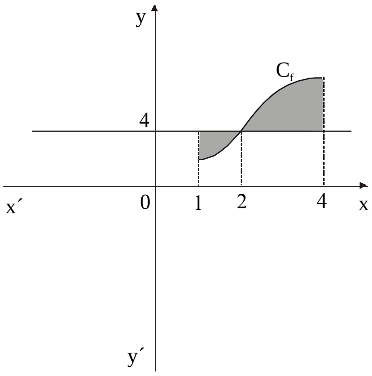
Δ.



Ε.



34. ***** Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου του διπλανού σχήματος είναι ίσο με



Α. $\int_1^4 f(x)dx$ **Β.** $\int_1^4 (-f(x))dx$

Γ. $\int_1^4 (f(x)-4)dx$ **Δ.** $\int_1^4 (4-f(x))dx$

Ε. $\int_1^2 (4-f(x))dx + \int_2^4 (f(x)-4)dx$

35. ****** Οι συναρτήσεις f και g είναι δυο φορές παραγωγίσιμες στο R και $f(x) \le g(x)$ για κάθε $x \in R$. Από τις παρακάτω προτάσεις:

Ι. $f'(x) \le g'(x)$ για κάθε $x \in R$

ΙΙ. $f''(x) \le g''(x)$ για κάθε $x \in R$

ΙΙΙ. $\int_0^2 f(x)dx \le \int_0^2 g(x)dx$

αληθεύουν

Α. όλες **Β.** καμία **Γ.** μόνο η Ι

Δ. μόνο η ΙΙΙ **Ε.** μόνο οι Ι και ΙΙ

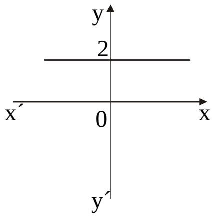
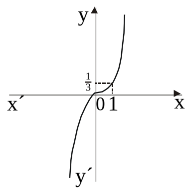
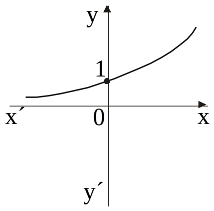
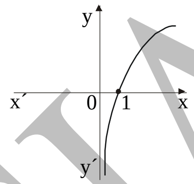
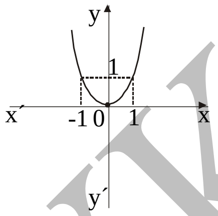
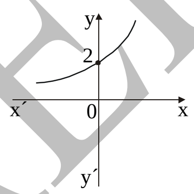
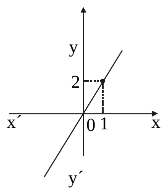
Απαντήσεις

1Δ, 2Β, 3Β, 4Δ, 5Ε, 6Δ, 7Γ, 8Γ, 9Β, 10Δ, 11Β, 12Γ, 13Δ, 14Ε, 15Δ, 16Β, 17Δ, 18Δ, 19Ε, 20Β, 21Β, 22Ε, 23Γ, 24Ε, 25Δ, 26Ε, 27Γ, 28Β, 29Γ, 30Β, 31Δ, 32Β, 33Γ, 34Ε, 35Δ

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. ***** Να συμπληρώσετε τον πίνακα ΙΙ, έτσι ώστε σε κάθε γραφική παράσταση συνάρτησης f της στήλης Α του πίνακα Ι να αντιστοιχεί η γραφική παράσταση της παράγουσάς της από τη στήλη Β.

Πίνακας Ι

Στήλη Α		**Στήλη Β**	
Συνάρτηση f		***Παράγουσα F***	
1.		**α.**	
2.		**β.**	
3.		**γ.**	
		δ.	

Πίνακας ΙΙ

1	2	3
δ	**γ**	**α**

2. ****** Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση της στήλης Α του πίνακα Ι με την παράγωγό της στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

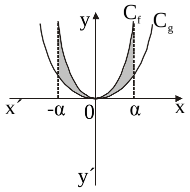
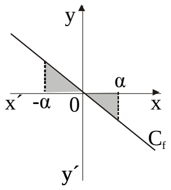
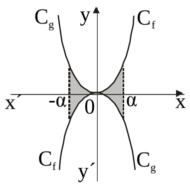
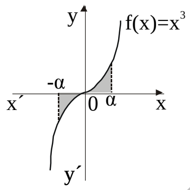
Στήλη Α	Στήλη Β
1. $F(x) = \int_{-1}^{x+3} \eta\mu(t+2)\,dt$	**α.** $f(x) = -\eta\mu(x+2)$
	β. $f(x) = \eta\mu(x+2)$
2. $F(x) = \int_{\alpha}^{x^2} \ln(u+1)\,du$	**γ.** $f(x) = 2x\ln(x^2+2)$
	δ. $f(x) = \eta\mu(x+5)$
3. $F(x) = \int_{0}^{x} t\ln(t^2+1)\,dt$	**ε.** $f(x) = x\ln(x^2+1)$
	ζ. $f(x) = \ln(x^2+2)$
4. $F(x) = \int_{x+2}^{-1} \eta\mu t\,dt$	**η.** $f(x) = 2x\ln(x^2+1)$
	θ. $f(x) = \eta\mu(x+3)$
5. $F(x) = -\int_{x^2}^{1} \ln(u+2)\,du$	

Πίνακας ΙΙ

1	2	3	4	5
δ	η	ε	α	γ

3. ** Να αντιστοιχίσετε το εμβαδόν κάθε χωρίου που φαίνεται στη στήλη Α του πίνακα Ι στον τύπο που το υπολογίζει και υπάρχει στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. 	**α.** $E=\int_{-\alpha}^{0}(g(x)-f(x))dx+\int_{0}^{\alpha}(f(x)-g(x))dx$
	β. $E=\int_{-\alpha}^{0}(f(x)-g(x))dx+\int_{0}^{\alpha}(g(x)-f(x))dx$
2. 	**γ.** $E=\int_{-\alpha}^{\alpha}(f(x)-g(x))dx$
	δ. $E=\int_{-\alpha}^{\alpha}f(x)dx$
3. 	**ε.** $E=-2\int_{-\alpha}^{0}f(x)dx$
4. 	**ζ.** $E=\int_{-\alpha}^{0}f(x)dx-\int_{0}^{\alpha}f(x)dx$

Πίνακας ΙΙ

1	2	3	4
γ	ζ	α	ε

4. * Σε κάθε διαφορική εξίσωση της στήλης Α να αντιστοιχίσετε μια λύση της που υπάρχει στη στήλη Β του πίνακα Ι, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $y' = y$	**α.** $y = e^{3x}$
2. $yy' = 2x^3 + 2x$	**β.** $y = \frac{1}{3}e^{2x}$
3. $y' = 3y$	**γ.** $y = \frac{1}{3}e^{x}$
4. $y'x^3 = -\frac{1}{y}$	**δ.** $y = x^2 + 1$
	ε. $y = x - \frac{1}{x}$
	ζ. $y = -\frac{1}{x}$

Πίνακας ΙΙ

1	2	3	4
γ	δ	α	ζ

5. ***** Να αντιστοιχίσετε τις διαφορικές εξισώσεις της στήλης Α του πίνακα Ι με τις λύσεις τους στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ, αν Q > 0.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. $\frac{dQ}{dt} = -\kappa Q,\ \kappa > 0$	**α.** $Q(t) = Q_0 e^{+\kappa t}$
2. $\frac{dQ}{dt} = \kappa(B - Q),\ \kappa > 0$	**β.** $Q(t) = Q_0 e^{-\kappa t}$
3. $\frac{dQ}{dt} = \kappa Q,\ \kappa > 0$	**γ.** $Q(t) = B + Ae^{-\kappa t}$

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**
β	**γ**	**α**

6. ** Στη στήλη Α του πίνακα Ι φαίνονται οι παράγουσες κάποιων συναρτήσεων και στη στήλη Β οι συναρτήσεις αυτές. Να γίνει αντιστοίχιση, συμπληρώνοντας τον πίνακα ΙΙ.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
παράγουσα F	***συνάρτηση f***
1. $\frac{1}{3}$ συν3x + 3	**α.** $\frac{1}{3}$ ημ3x
2. εφx + ln2	**β.** 2^x ln2
3. ln |3x - 2| + 2	**γ.** $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$
4. e^{2x+3}	**δ.** e^{2x+3}
5. 2^x	**ε.** - ημ3x
6. $\frac{2^x}{\ln 2}$	**ζ.** $\frac{3}{3x-2}$
	η. $\frac{2}{3x-2}$
	θ. 2^x
	ι. $2e^{2x+3}$

Πίνακας ΙΙ

1	2	3	4	5	6
ε	γ	ζ	ι	β	θ

7. * Να συμπληρώσετε τον πίνακα ΙΙ, έτσι ώστε κάθε παράγουσα F που υπάρχει στη στήλη Α του πίνακα Ι να αντιστοιχεί η συνάρτηση f από τη στήλη Β.

Πίνακας Ι

Στήλη Α	**Στήλη Β**
παράγουσα F	***συνάρτηση f***
1. $F(x) = x + c$	**α.** $f(x) = εφx$
2. $F(x) = 2\sqrt{x} + c$	**β.** $f(x) = -\frac{1}{x^2}$
3. $F(x) = εφx + c$	**γ.** $f(x) = e^x$
4. $F(x) = -\ln\|συνx\| + c$	**δ.** $f(x) = \frac{1}{συν^2x}$
5. $F(x) = \frac{1}{x} + c$	**ε.** $f(x) = 1$
6. $F(x) = x\ln x - x + c$	**ζ.** $f(x) = -\frac{1}{ημ^2x}$
	η. $f(x) = \ln x$
	θ. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$
	ι. $f(x) = σφx$

Πίνακας ΙΙ

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
ε	**θ**	**δ**	**α**	**β**	**η**

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. ****** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Διαφορική εξίσωση	***Γενική λύση***	***Αρχική συνθήκη***	***Μερική λύση***
$y' = 3x + 2$		$f(0) = 2$	
$y' = ημx$		$f(0) = 1$	
$y' = e^{-x}$		$f(0) = 0$	
$y' = \frac{1}{x}$, $x > 0$		η f διέρχεται από το $(1, e)$	
$y' = x^2$		$f(0) = -1$	
$y' = 5$		$f(2) = 8$	
$y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x > 0$		$f(1) = -3$	

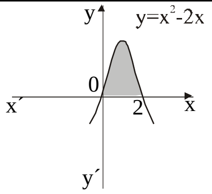
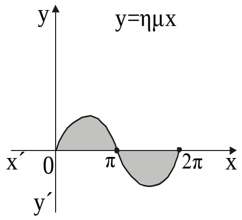
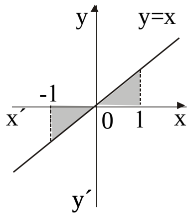
2. ****** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$\int f(x)dx$	**F (x) + c**	**(F (x) + c)΄ = f (x)**
$\int (2x+5)\,dx$		
$\int (x^3+x^2+1)\,dx$		
$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}\right)dx$		
$\int \left(e^x+\frac{1}{x}\right)dx$		
$\int (2ημx-3συνx)dx$		
$\int \left(\frac{1}{ημ^2x}+\frac{1}{συν^2x}\right)dx$		
$\int (x+1)^9\,dx$		
$\int (x^2-3x+5)^2\,(2x-3)\,dx$		
$\int ημxσυν^3x\,dx$		
$\int xe^{x^2+1}\,dx$		
$\int \frac{1}{2x+1}\,dx$		
$\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}\,dx$		
$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$		

3. ***** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

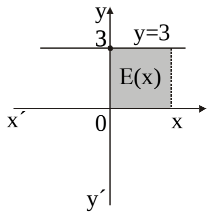
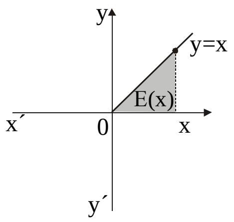
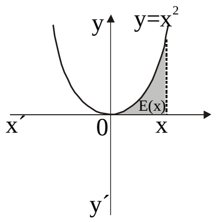
Συνάρτηση f	**Μια παράγουσα της f, F**	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x}$	$\int_{1}^{2} f(x)dx = F(2) - F(1)$
$f(x) = ημ2x$		$\int_{0}^{\pi} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = e^{3x}$		$\int_{0}^{1} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = \frac{1}{ημ^2 x}$		$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = \ln x$		$\int_{1}^{e} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = \frac{1}{x-1}$		$\int_{0}^{1/2} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = x^3 + 1$		$\int_{-2}^{3} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$		$\int_{1}^{2} f(x)dx =$ ……………
$f(x) = c$		$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx =$ ……………

4. ****** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Συνάρτηση	**Εμβαδόν σκιασμένου χωρίου**	*μέση τιμή της F*
		στο διάστημα [0, 2]
		στο διάστημα [0, π]
		στο διάστημα [π, 2π]
		στο διάστημα [- 1, 0]
		στο διάστημα [0, 1]

5. * Στη στήλη Α φαίνονται κάποια σκιασμένα χωρία. Να συμπληρώσετε στη στήλη Β τα τμήματα των γραφικών παραστάσεων της συνάρτησης F (x) στο διάστημα [0, 3].

Πίνακας Ι

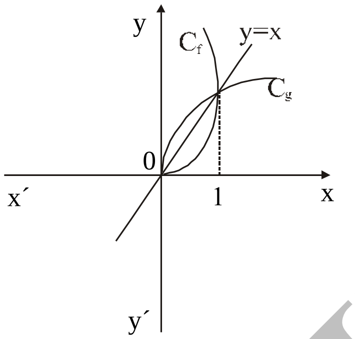
Στήλη Α	**Στήλη Β**
	
	
	

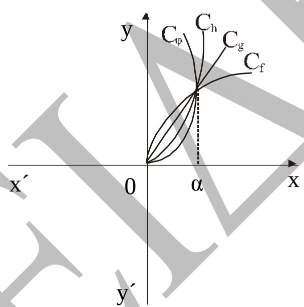
Ερωτήσεις διάταξης

1. * Τα παρακάτω ολοκληρώματα αναφέρονται στις συναρτήσεις του διπλανού σχήματος. Να τα γράψετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

$E_1 = \int_0^1 x\,dx$ $\qquad E_2 = \int_0^1 f(x)\,dx$

$E_3 = \int_0^1 g(x)\,dx$ $\qquad E_4 = \int_0^1 (x - g(x))\,dx$





2. * Να διατάξετε τη μέση τιμή των συναρτήσεων f, g, h, φ στο διάστημα [0, α] κατά αύξουσα σειρά.

3. * Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \int_{x-1}^{0} \frac{t}{e^t}\,dt$. Να διατάξετε κατά αύξουσα σειρά τις τιμές της συνάρτησης f (1), f (2), f (3).