

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

57

Β' Γυμνασίου

08-12-16

Όν/μο:.....

**Ύλη: Εξισώσεις - Εμβαδά σχημάτων
Πυθαγόρειο Θεώρημα**

Θέμα 1^ο:

- A.** Τι ονομάζουμε εξίσωση; (7 μον.)
- B.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. (8 μον.)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
- | | | |
|---|---|---|
| i. Αν $\alpha = \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$. | Σ | Λ |
| ii. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $B = 90^\circ$ ισχύει ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. | Σ | Λ |
| iii. Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2}$. | Σ | Λ |
| iv. Η εξίσωση $4x = 0$ έχει λύση τον αριθμό 0 . | Σ | Λ |
| v. Η εξίσωση $0x = 0$ είναι αδύνατη. | Σ | Λ |
- (5x2=10μον.)**

Θέμα 2^ο:

- A.** Να λύσετε τις εξισώσεις :
- | | |
|--|-----------|
| i. $1 - [x - 3(2x - 1)] = 7x$ | (10 μον.) |
| ii. $1 - \frac{2x - 5}{3} = x - \frac{x - 16}{6}$ | (10 μον.) |
- B.** Μία μαθήτρια είναι 14 ετών και μία καθηγήτρια είναι 31 ετών.
Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία της καθηγήτριας θα είναι διπλάσια από την ηλικία της μαθήτριας; (5 μον.)

Θέμα 3^ο:

A. i. Αν ο αριθμός -2 είναι ρίζα της εξίσωσης $\frac{x}{2} + \alpha x = -1$, να αποδείξετε ότι $\alpha=0$. **(10 μον.)**

ii. Για $\alpha=0$, να λύσετε την εξίσωση $\alpha x + 1 + \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{6} = x$. **(10 μον.)**

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{28 + 4\sqrt{3 + \sqrt{(-1)^2}}} \quad \text{(5 μον.)}$$

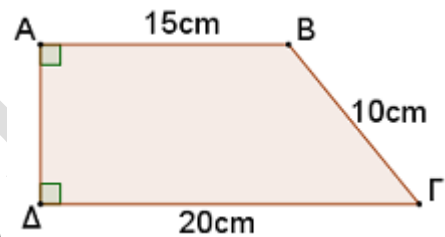
Θέμα 4^ο:

Δίνεται το ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος.

A. Να αποδείξετε ότι $A\Delta = 5\sqrt{3}\text{cm}$. **(8 μον.)**

B. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$. **(9 μον.)**

Γ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο. **(9 μον.)**



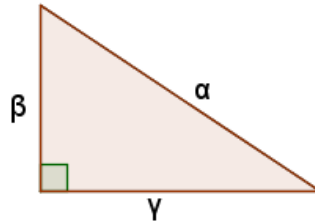
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο:

A. Εξίσωση ονομάζουμε κάθε ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό x .

B. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτεινουσας. Είναι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$.



Γ. i. Λ ii. Λ iii. Σ iv. Σ v. Λ

Θέμα 2^ο:

A. i. $1 - [x - 3(2x - 1)] = 7x \Leftrightarrow$
 $1 - (x - 6x + 3) = 7x \Leftrightarrow$
 $1 - x + 6x - 3 = 7x \Leftrightarrow$
 $-x + 6x - 7x = -1 + 3 \Leftrightarrow$
 $-2x = 2 \Leftrightarrow$
 $\frac{-2x}{-2} = \frac{2}{-2} \Leftrightarrow$
 $x = -1$

ii. $1 - \frac{2x - 5}{3} = x - \frac{x - 16}{6} \stackrel{\text{Ε.Κ.Π.}(3,6)=6}{\Leftrightarrow}$
 $6 - 6 \cdot \frac{2x - 5}{3} = 6x - 6 \cdot \frac{x - 16}{6} \Leftrightarrow$
 $6 - 2(2x - 5) = 6x - (x - 16) \Leftrightarrow$
 $6 - 4x + 10 = 6x - x + 16 \Leftrightarrow$
 $-4x - 6x + x = 16 - 6 - 10 \Leftrightarrow$
 $-9x = 0 \Leftrightarrow$
 $\frac{-9x}{-9} = \frac{0}{-9} \Leftrightarrow$
 $x = 0$

B. Έστω x τα χρόνια που θα περάσουν. Μετά από χρόνια η ηλικία της μαθήτριας θα είναι $14+x$ και της καθηγήτριας $31+x$. Τότε:

$$31 + x = 2(14 + x) \Leftrightarrow$$

$$31 + x = 28 + 2x \Leftrightarrow$$

$$x - 2x = 28 - 31 \Leftrightarrow$$

$$-x = -3 \Leftrightarrow$$

$$x = 3$$

Η ηλικία της καθηγήτριας θα είναι διπλάσια της ηλικίας της μαθήτριας μετά από 3 χρόνια.

Θέμα 3^ο:

A. i. Εφόσον το -2 είναι ρίζα της εξίσωσης $\frac{x}{2} + \alpha x = -1$, έχουμε ότι

$x = -2$. Οπότε η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{-2}{2} + \alpha \cdot (-2) = -1 \Leftrightarrow$$

$$-1 - 2\alpha = -1 \Leftrightarrow$$

$$-2\alpha = -1 + 1 \Leftrightarrow$$

$$-2\alpha = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-2\alpha}{-2} = \frac{0}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 0$$

ii. Για $\alpha=0$ η δοθείσα εξίσωση γίνεται:

$$\alpha x + 1 + \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{6} = x \Leftrightarrow$$

$$1 + \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{6} = x \quad \text{Ε.Κ.Π.(3,6)=6} \Leftrightarrow$$

$$6 + 6 \frac{x-2}{3} - 6 \frac{3x-1}{6} = 6x \Leftrightarrow$$

$$6 + 2(x-2) - (3x-1) = 6x \Leftrightarrow$$

$$6 + 2x - 4 - 3x + 1 = 6x \Leftrightarrow$$

$$2x - 3x - 6x = -6 + 4 - 1 \Leftrightarrow$$

$$-7x = -3 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-7x}{-7} = \frac{-3}{-7} \Leftrightarrow$$

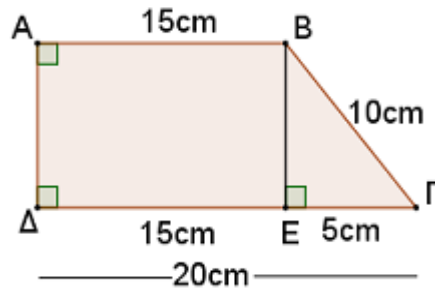
$$x = \frac{3}{7}$$

B.

$$\sqrt{28 + 4\sqrt{3 + \sqrt{(-1)^2}}} = \sqrt{28 + 4\sqrt{3 + \sqrt{1}}} = \sqrt{28 + 4\sqrt{3+1}} =$$

$$\sqrt{28 + 4\sqrt{4}} = \sqrt{28 + 4 \cdot 2} = \sqrt{28 + 8} = \sqrt{36} = 6$$

Θέμα 4^ο:



A. Αρχικά φέρουμε το ύψος BE και είναι $BE=AD$. Τότε :
 $EG=20\text{cm}-15\text{cm}=5\text{cm}$. Από Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο BEΓ έχουμε:

$$\begin{aligned} B\Gamma^2 &= EB^2 + E\Gamma^2 \Leftrightarrow \\ 10^2 &= EB^2 + 5^2 \Leftrightarrow \\ 100 &= EB^2 + 25 \Leftrightarrow \\ EB^2 &= 100 - 25 \Leftrightarrow \\ EB^2 &= 75 \Leftrightarrow \\ EB &= \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}\text{cm}. \end{aligned}$$

B. Το τετράπλευρο ABΓΔ είναι τραπέζιο οπότε για το εμβαδό του έχουμε:

$$E = \frac{(B + \beta) \cdot \upsilon}{2} = \frac{(20 + 15) \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \frac{35 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = \frac{105\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2.$$

Γ. Από Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο BΔE έχουμε:

$$\begin{aligned} B\Delta^2 &= EB^2 + E\Delta^2 \Leftrightarrow \\ B\Delta^2 &= (\sqrt{75})^2 + 15^2 \Leftrightarrow \\ B\Delta^2 &= 75 + 225 \Leftrightarrow \\ B\Delta^2 &= 300 \Leftrightarrow \\ B\Delta &= \sqrt{300} \end{aligned}$$

Τότε για το τρίγωνο BΓΔ έχουμε:

$$\Delta\Gamma^2 = 20^2 = 400 \quad \text{και} \quad B\Delta^2 + B\Gamma^2 = \sqrt{300}^2 + 10^2 = 300 + 100 = 400 .$$

Εφόσον , $\Gamma\Delta^2 = B\Delta^2 + B\Gamma^2$ από αντίστροφο του Π.Θ. προκύπτει ότι το τρίγωνο BΓΔ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία την B.