

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**56**

**Γ' Γυμνασίου**

**13-11-13**

Όν/μο:.....

**Ύλη : Ταυτότητες-Παραγοντοποίηση-  
Ισότητα τριγώνων**

**Θέμα 1<sup>ο</sup> :**

- A. Τι ονομάζουμε ταυτότητα ; (6 μον.)
  - B. Ποιες μεθόδους παραγοντοποίησης γνωρίζετε ; (5 μον.)
  - Γ. Να αποδείξετε ότι  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$  (4 μον.)
  - Δ. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων . (6 μον.)
  - E. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :
    - i.  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$  Σ Λ
    - ii.  $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$  Σ Λ
    - iii.  $100^2 - 1^2 = 99 \cdot 101$  Σ Λ
    - iv.  $5(x - y) + \alpha(x - y) = (x - y)(5 - \alpha)$  Σ Λ
- (4x1=4 μον.)**

**Θέμα 2<sup>ο</sup> :**

- A. Να αναπτύξετε τις παρακάτω ταυτότητες :
  - i.  $(y + 1)^2$
  - ii.  $(5x^2 - \sqrt{7})^2$
  - iii.  $(x^2 + 2x)^3$
  - iv.  $(x^2 + 1) \cdot (1 - x^2)$  (4x3=12 μον.)
- B. Να κάνετε τις πράξεις :
  - i.  $(3x - 1)(3x + 1)(9x^2 + 1)$  (7 μον.)
  - ii.  $1 - 2x(x - 3) - (3x - 2)^2$  (6 μον.)

**Θέμα 3<sup>ο</sup> :**

A. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i.  $7x + 7y$

ii.  $\lambda x + \lambda y + 3x + 3y$

iii.  $\lambda^2 - 25$

iv.  $\omega^2 + 2\omega + 1$

(12 μον.)

B. Ομοίως :

i.  $(2x - 1) \cdot (2x + 5) - (2x - 1) \cdot (x - 1)$

ii.  $3x^2 - 2x + 3ax - 2a - 3x + 2$

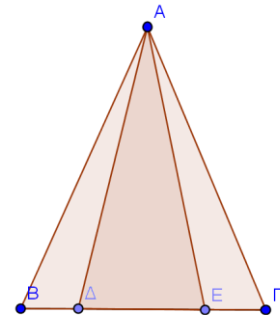
iii.  $(5x - 1)^2 - 9x^2$

iv.  $5 + y\sqrt{20} + y^2$

(13 μον.)

**Θέμα 4<sup>ο</sup> :**

A. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με βάση ΒΓ. Αν ΒΔ=ΕΓ, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.



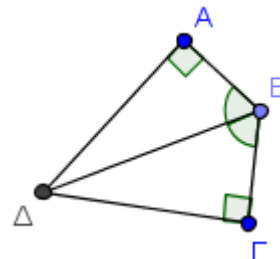
(13 μον.)

B. Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι

$\hat{A} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$  και η ΒΔ διχοτόμος της

γωνίας Β. Να αποδείξετε ότι το

$\triangle A\Gamma$  είναι ισοσκελές.



(12 μον.)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)**

**Θέμα 1<sup>ο</sup> :**

**A.** Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της .

**B.** Οι μέθοδοι παραγοντοποίησης είναι :

\* Κοινός παράγοντας

\* Κοινός παράγοντας κατά ομάδες (ομαδοποίηση)

\* Διαφορά τετραγώνων :  $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$

\* Ανάπτυγμα τετραγώνου :  $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$   
 $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2$

**Γ.** Θα δείξουμε ότι  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

$$\begin{aligned} \text{Είναι : } (\alpha + \beta)^3 &= (\alpha + \beta)^2 \cdot (\alpha + \beta) = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2)(\alpha + \beta) = \\ &= \alpha^3 + \alpha^2\beta + 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^2\alpha + \beta^3 \\ &= \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 \end{aligned}$$

**Δ.** Τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων είναι :

- Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία , τότε είναι ίσα .
- Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση , τότε είναι ίσα .

**E.** i. Σ    ii. Σ    iii. Σ    iv. Λ

**Θέμα 2<sup>ο</sup> :**

**A. i.**  $(y + 1)^2 = y^2 + 2y + 1$

**ii.**  $(5x^2 - \sqrt{7})^2 = 25x^4 - 10\sqrt{7}x^2 + 7$

**iii.**  $(x^2 + 2x)^3 = x^6 + 6x^5 + 12x^4 + 8x^3$

**iv.**  $(x^2 + 1) \cdot (1 - x^2) = (1 + x^2)(1 - x^2) = 1 - x^4$

**B. i.**  $(3x-1)(3x+1)(9x^2+1) = (9x^2-1)(9x^2+1) = 81x^4 - 1$

**ii.**  $1-2x(x-3)-(3x-2)^2 = 1-2x^2+6x-(9x^2-6x+4) =$   
 $= 1-2x^2+6x-9x^2+6x-4 = -11x^2+12x-3$

**Θέμα 3<sup>ο</sup> :**

**A. i.**  $7x+7y=7(x+y)$

**ii.**  $\lambda x+\lambda y+3x+3y=\lambda(x+y)+3(x+y)=(x+y)(\lambda+3)$

**iii.**  $\lambda^2-25=\lambda^2-5^2=(\lambda-5)(\lambda+5)$

**iv.**  $\omega^2+2\omega+1=(\omega+1)^2$

**B. i.**  $(2x-1)(2x+5)-(2x-1)(x-1) =$   
 $= (2x-1)(2x+5-x+1) = (2x-1)(x+6)$

**ii.**  $3x^2-2x+3\alpha x-2\alpha-3x+2 = x(3x-2)+\alpha(3x-2)-(3x-2) =$   
 $= (3x-2)(x+\alpha-1)$

**iii.**  $(5x-1)^2-9x^2 = (5x-1)^2-(3x)^2 =$   
 $= (5x-1-3x)(5x-1+3x) = (2x-1)(8x-1)$

**iv.**  $5+y\sqrt{20}+y^2 = (\sqrt{5})^2+2\cdot\sqrt{5}\cdot y+y^2 = (\sqrt{5}+y)^2$

**Θέμα 4<sup>ο</sup> :**

Συγκρίνουμε τα  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$  ,  $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$  :

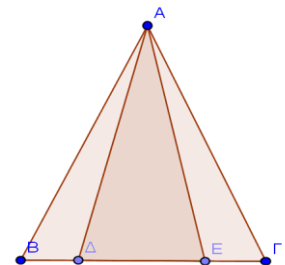
1.  $AB = A\Gamma$  ( $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$  : ισοσκελές)

2.  $B\Delta = E\Gamma$  (Υ)

3.  $\hat{B} = \hat{\Gamma}$  (ως προσκείμενες στη βάση ισοσκελούς)

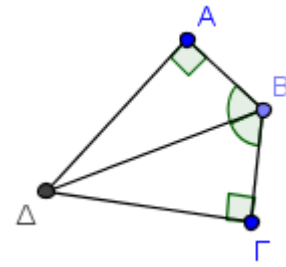
Άρα από Π-Γ-Π τα τρίγωνα είναι ίσα, δηλαδή έχουν όλα τους τα στοιχεία ίσα, ένα προς ένα.

Επομένως  $A\Delta = \Delta E$  δηλαδή  $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{E}$  είναι ισοσκελές



**B.**

<b>Υ</b>	$\hat{A} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$
	$\Delta B$ : διχοτόμος
<b>Σ</b>	$\Delta A\Gamma$ : ισοσκελές



Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα  $\Delta A\Delta$ ,  $\Delta \Gamma\Delta$  :

1.  $\hat{A}\Delta = \hat{\Gamma}\Delta$  ( $\Delta B$ : διχοτόμος)
  2.  $\Delta B$ : κοινή
- }  $\Rightarrow$

Τα ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία πλευρά και μία οξεία γωνία τους αντίστοιχα ίσες μία προς μία, άρα είναι ίσα. Οπότε όλα τους τα αντίστοιχα στοιχεία ίσα. Οπότε  $\Delta A = \Delta \Gamma$  δηλαδή το  $\Delta A\Gamma$  είναι ισοσκελές.