

ΤΕΣΤ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

55

Γ' Γυμνασίου
29-10-13

Ον/μο:.....

Ύλη: Ταυτότητες

Θέμα 1^ο :

A. Τι ονομάζουμε ταυτότητα; (20 μον.)

B. Ποιες είναι οι αξιοσημείωτες ταυτότητες; (14 μον.)

Γ. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ (16 μον.)

Θέμα 2^ο :

A. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i. $(x + 3)^2$

ii. $(5y - y^2)^2$

iii. $(x - 5)^3$

iv. $(2x + 1)^3$

v. $(x + 5) \cdot (x - 5)$

vi. $(3x - 2) \cdot (2 + 3x)$

(6x5=30μον.)

B. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 2\alpha^2 + 2\beta^2$

(10 μον.)

Γ. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, που έχει άρρητο παρονομαστή

σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή.

(10 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1^ο :

A. Ταυτότητα ονομάζεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και επαληθεύεται για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

B. Οι αξιοσημείωτες ταυτότητες είναι:

* Τετράγωνο αθροίσματος: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

* Τετράγωνο διαφοράς: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

* Κύβος αθροίσματος: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

* Κύβος διαφοράς: $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

* Γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά: $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

Γ. Είναι: $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 + \alpha\beta - \beta\alpha - \beta^2 = \alpha^2 - \beta^2$

Θέμα 2^ο :

A. i. $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

ii. $(5y - y^2)^2 = (5y)^2 - 2 \cdot 5y \cdot y^2 + (y^2)^2 = 25y^2 - 10y^3 + y^4$

iii. $(x - 5)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 5 + 3 \cdot x \cdot 5^2 - 5^3 = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

iv. $(2x + 1)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1^2 + 1^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

v. $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$

vi. $(3x - 2) \cdot (2 + 3x) = (3x - 2) \cdot (3x + 2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$

B. Έχουμε: $(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 2\alpha^2 + 2\beta^2 \Leftrightarrow$

$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 2\alpha^2 + 2\beta^2 \Leftrightarrow 2\alpha^2 + 2\beta^2 = 2\alpha^2 + 2\beta^2$

Που ισχύει.

Γ. Για να μετατρέψουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή θα πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τη συζυγή παράσταση του παρονομαστή που είναι το $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Οπότε έχουμε:

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$