ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

53

Ον/μο:……………….. **Β΄ Γυμνασίου**

Ύλη: Εμβαδά, Πυθαγόρειο Θεώρημα, Τριγωνομετρία **11-02-16**

<u>Θέμα 1^o:</u>

Α. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. **(7 μον.)**

Β. Τι ονομάζουμε ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω, ενός ορθογωνίου τριγώνου ; **(8 μον.)**

Γ. Να χαρακτηρίσετε με **(Σ) Σωστό** ή **(Λ) Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις :

i. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με $B = 90^\circ$ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. **Σ Λ**

ii. Το εμβαδό ενός τριγώνου είναι ίσο με: $\dfrac{(B+\beta)\cdot \upsilon}{2}$. **Σ Λ**

iii. $\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ$. **Σ Λ**

iv. Ένα τρίγωνο με πλευρές α=10, β=8 και γ=6 είναι ορθογώνιο. **Σ Λ**

v. $\eta\mu^2 45 + \sigma\upsilon\nu^2 45 = 1$. **Σ Λ**

(5x2=10μον.)

<u>Θέμα 2^o:</u>

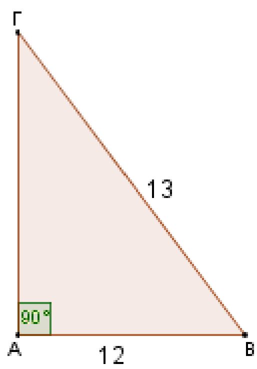
Α. Να αποδείξετε ότι 6+3συνω<9. **(5 μον.)**

Β. Αν $\omega = 30^\circ$ και $\varphi = 45^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 2\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \eta\mu\varphi + 2\sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \eta\mu\omega$. **(10 μον.)**

Γ. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΑΒ=7 και ΒΓ=13. Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΓ του τριγώνου. **(10 μον.)**

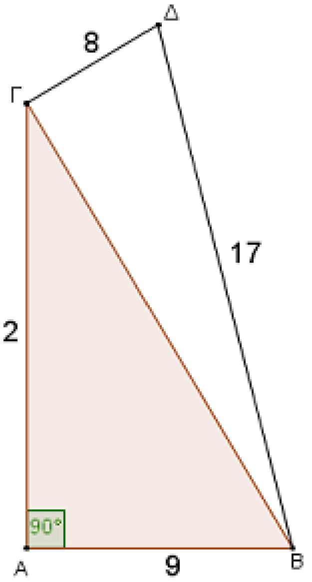
<u>Θέμα 3^o:</u>

Α. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο είναι ΑΒ=12 και ΒΓ=13. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.



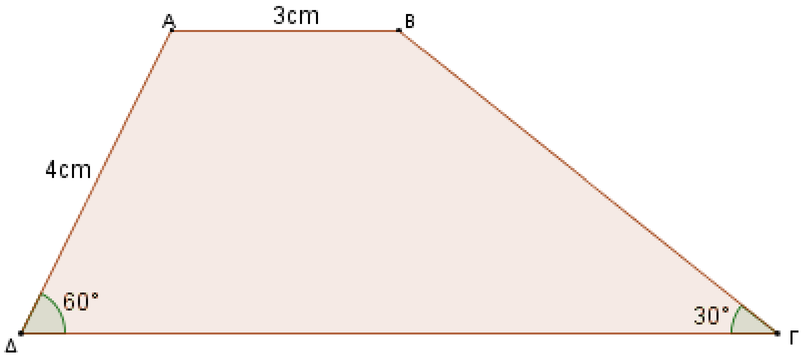
(10 μον.)

Β. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Επίσης:
ΑΒ=9,
ΑΓ=12,
ΒΔ=17 και
ΓΔ=8.
Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο και στην περίπτωση που είναι να βρείτε ποια είναι η ορθή του γωνία.



(15 μον.)

<u>Θέμα 4ο:</u>



Δίνεται το παραπάνω τραπέζιο ΑΒΓΔ όπου ΑΒ=3cm , ΑΔ=4cm,
$\Delta = 60^\circ$ και $\Gamma = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τραπεζίου.

(25 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ(Ενδεικτικές)

Θέμα 1ο:

Α. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτείνουσας, ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών.

Β. Ο λόγος που σχηματίζεται αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά μιας οξείας ω, ενός ορθογωνίου τριγώνου με την υποτείνουσα, λέγεται ημίτονο της γωνίας ω και είναι πάντοτε σταθερός.

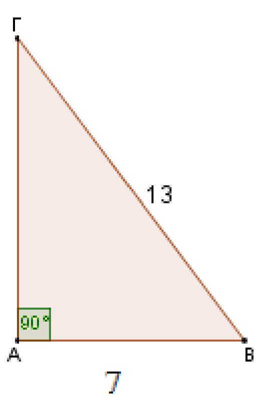
Γ. **i.** Λ **ii.** Λ **iii.** Σ **iv.** Σ **v.** Σ

Θέμα 2ο:

Α.
$$6+3\text{συν}\omega<9 \Leftrightarrow$$
$$3\text{συν}\omega<9-6 \Leftrightarrow$$
$$3\text{συν}\omega<3 \Leftrightarrow$$
$$\frac{3\text{συν}\omega}{3}<\frac{3}{3} \Leftrightarrow$$
$\text{συν}\omega<1$ Που ισχύει.

Β.
$$A=2\text{συν}\omega\cdot\text{ημ}\varphi+2\text{συν}\varphi\cdot\text{ημ}\omega$$
$$A=2\text{συν}30^\circ\cdot\text{ημ}45^\circ+2\text{συν}45^\circ\cdot\text{ημ}30^\circ$$
$$A=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$
$$A=\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$A=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

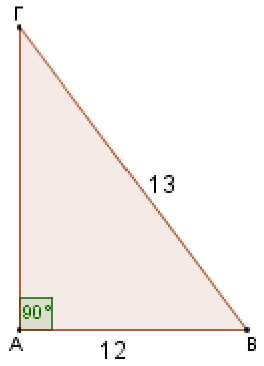
Γ.



Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:
$$B\Gamma^2=A\Gamma^2+AB^2 \Leftrightarrow$$
$$13^2=A\Gamma^2+7^2 \Leftrightarrow$$
$$169=A\Gamma^2+49 \Leftrightarrow$$
$$A\Gamma^2=169-49 \Leftrightarrow$$
$$A\Gamma^2=120 \Leftrightarrow$$
$$A\Gamma=\sqrt{120}.$$

Θέμα 3ο:

Α. Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:



$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \Leftrightarrow$$
$$13^2 = A\Gamma^2 + 12^2 \Leftrightarrow$$
$$169 = A\Gamma^2 + 144 \Leftrightarrow$$
$$A\Gamma^2 = 169 - 144 \Leftrightarrow$$
$$A\Gamma^2 = 25 \Leftrightarrow$$
$$A\Gamma = \sqrt{25} = 5.$$

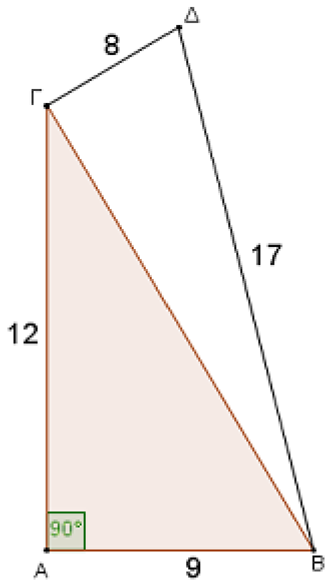
Οπότε έχουμε:

$$\eta\mu B = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{5}{13}.$$

$$\sigma\upsilon\nu B = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{12}{13}.$$

$$\varepsilon\varphi B = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{5}{12}.$$

Β.



Από Π.Θ. στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

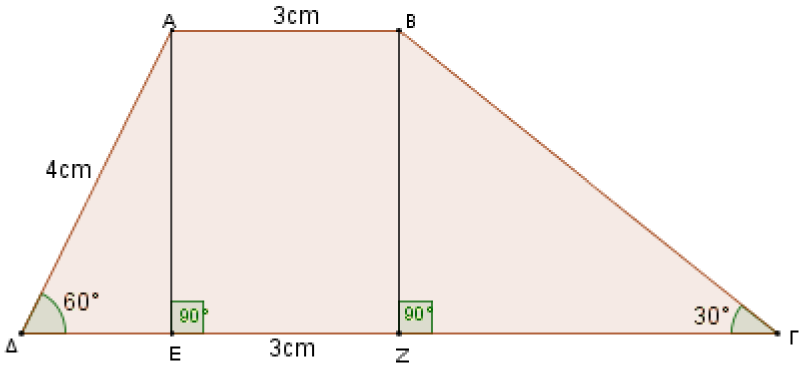
$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \Leftrightarrow$$
$$B\Gamma^2 = 12^2 + 9^2 \Leftrightarrow$$
$$B\Gamma^2 = 144 + 81 \Leftrightarrow$$
$$B\Gamma^2 = 225 \Leftrightarrow$$
$$B\Gamma = \sqrt{225} = 15.$$

Τότε για το τρίγωνο ΒΓΔ έχουμε:

$$B\Delta^2 = 17^2 = 289$$
$$B\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$$

Άρα από το αντίστροφο του Π.Θ. το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο με ορθή γωνία τη Γ.

Θέμα 4^{o}:



Φέρουμε τα ύψη ΑΕ και ΒΖ του τραπεζίου.
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΔ έχουμε:

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{AE}{4} \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{4} \Leftrightarrow \quad 2AE = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow \quad \frac{2AE}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \quad AE = 2\sqrt{3}.$$

και

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{\Delta E}{4} \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{\Delta E}{4} \Leftrightarrow \quad 2\Delta E = 4 \Leftrightarrow \quad \frac{2\Delta E}{2} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow \quad \Delta E = 2.$$

Όμως ΑΕ=ΒΖ, οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΓΖ είναι:

$$\varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{Z\Gamma} \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{Z\Gamma} \Leftrightarrow \quad \sqrt{3}Z\Gamma = 6\sqrt{3} \Leftrightarrow \quad \frac{\sqrt{3}Z\Gamma}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \quad Z\Gamma = 6.$$

Επομένως, ΔΓ=2+3+6=11cm. Τότε:

$$E = \frac{(B+\beta)\cdot\upsilon}{2} = \frac{(11+3)\cdot 2\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}\text{cm}^2.$$